TEMA 1: DINÁMICA Y ENERGÍA

FORMULARIO DE DINÁMICA Y ENERGÍA

Cinemática

* Movimiento rectilíneo uniforme (MRU):
  - Velocidad, v: $v = \dfrac{e}{t} \quad \left(\dfrac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
e: espacio recorrido (m)
t: tiempo (s)

  - Espacio, e: $e = v \cdot t \quad (m)$
  - Tiempo, t: $t = \dfrac{e}{v} \quad (s)$

* Movimientos acelerado y desacelerado:
  - Velocidad en función del tiempo, v: $v = v_0 \pm a \cdot t \quad \left(\dfrac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
v_0: velocidad inicial (m/s)
a: aceleración (m/s^2)
t: tiempo (s)

  - Velocidad en función del espacio, v: $v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot e \quad \left(\dfrac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
v_0: velocidad inicial (m/s)
a: aceleración (m/s^2)
e: espacio recorrido (m)

  - Espacio, e: $e = v_0 \cdot t \pm \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (m)$

siendo: e: espacio recorrido (m)
v_0: velocidad inicial (m/s)
t: tiempo (s)
a: aceleración (m/s^2)

Dinámica

* Plano inclinado:

$P_x = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha \quad (N)$

$P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (N)$

$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (N)$

$\text{sen}\ \alpha = \dfrac{h}{e}$ (sin unidades)

siendo: P_x: componente x del peso (N)
m: masa (kg)
g: aceleración de la gravedad = 9'8 m/s^2
α: ángulo del plano inclinado (grados)
P_y: componente y del peso (N)
F_R: fuerza de rozamiento (N)
μ: coeficiente de rozamiento (sin unidades)
N: normal (N)
h: altura del plano inclinado (m)
e: espacio recorrido en el plano inclinado (m)

Trabajo y energía

* Conservación de la energía mecánica: $Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$

siendo: Ec_A: energía cinética en el punto inicial (J)
Ep_A: energía potencial en el punto inicial (J)
Ec_B: energía cinética en el punto final (J)
Ep_B: energía potencial en el punto final (J)

* Conservación de la energía en sistemas con rozamiento: $Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B$

siendo: W_{FNC}: trabajo de las fuerzas no conservativas (J)

* Otras fórmulas:
 - Fuerza de rozamiento, F_R: $F_R = \mu \cdot N$ (N)

siendo: F_R: fuerza de rozamiento (N)
μ: coeficiente de rozamiento (sin unidades)
N: normal (N)
 - Aceleración normal o centrípeta, a_C: $a_C = \frac{v^2}{r}$ $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

siendo: a_c: aceleración centrípeta o aceleración normal (m/s^2)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)

 - Fuerza centrípeta, F_C: $F_C = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (N)

siendo: F_C: fuerza centrípeta (N)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)
 - Trabajo, W: $W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$ (J)

siendo: W: trabajo (J)
F: fuerza (N)
e: espacio recorrido (m)
α: ángulo entre la fuerza F y el sentido de desplazamiento (grados)

– Energía cinética, Ec: $Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (J)

siendo: Ec: energía cinética (J)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)

– Energía potencial gravitatoria, Ep: $Ep = m \cdot g \cdot h$ (J)

siendo: Ep: energía potencial gravitatoria (J)
m: masa (kg)
h: altura (m)

– Energía potencial elástica, Ep: $Ep = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$ (J)

siendo: Ep: energía potencial elástica (J)
k: constante elástica del muelle (N/m)
x: elongación (m)

– Trabajo de rozamiento, W_R: $W_R = F_R \cdot e \cdot \cos 180^o = - F_R \cdot e$ (J)

siendo: W_R: trabajo de rozamiento (J)
F_R: fuerza de rozamiento (N)
e: espacio recorrido (m)

– Movimientos circulares: $\sum F = \frac{m \cdot v^2}{r}$

siendo: F: fuerza (N)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)

– Trabajo total, W_T: $W_T = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec$ (J)

siendo: W_{FC}: trabajo de las fuerzas conservativas (J)
W_{FNC}: trabajo de las fuerzas no conservativas (J)
ΔEp: incremento de energía potencial (J)
ΔEc: incremento de energía cinética (J)

– Trabajo de las fuerzas no conservativas, W_{FNC}: $W_{FNC} = \Delta E_M$ (J)

siendo: ΔE_M: incremento de energía mecánica (J)

CUESTIONES DE DINÁMICA Y ENERGÍA

2025

1) Discuta razonadamente si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos: i) si se realiza trabajo sobre una partícula, su energía cinética aumenta; ii) las fuerzas conservativas siempre realizan trabajo nulo.

i) Falso. El teorema de las fuerzas vivas (también llamado teorema trabajo-energía) establece que el trabajo total realizado por el total de fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al incremento en su energía cinética: $W_T = \Delta Ec$. Tenemos tres casos:
* El trabajo total es positivo: la energía cinética aumenta. $W_T > 0 \Rightarrow \Delta Ec > 0$. Ejemplo: cuando la fuerza de avance es mayor que la fuerza de rozamiento.
* El trabajo total es negativo: la energía cinética disminuye. $W_T < 0 \Rightarrow \Delta Ec < 0$. Ejemplo: cuando la fuerza de rozamiento es mayor que la fuerza de avance.
* El trabajo total es nulo: la energía cinética es nula. $W_T = 0 \Rightarrow \Delta Ec = 0 \Rightarrow v = \text{constante} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ Se conserva la energía mecánica. Ejemplo: cuando la fuerza de avance iguala a la fuerza de rozamiento.

ii) Falso. Las fuerzas conservativas son aquellas cuyo trabajo depende exclusivamente de las posiciones inicial y final del cuerpo. Las fuerzas conservativas realizan trabajo nulo en dos ocasiones:
* Cuando los puntos inicial y final son el mismo: $W = \oint \vec{F} \cdot d\,\vec{r} = 0$
* Cuando el cuerpo se mueve por una superficie equipotencial. Ejemplo: un satélite.

2024

2) Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) Si sobre una partícula sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica aumenta. ii) Si sólo actúan fuerzas de rozamiento en sentido contrario al desplazamiento, la energía mecánica de una partícula aumenta.

i) Falso. Su energía mecánica se conserva.

$$W_T = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec \quad \Rightarrow \quad W_{FNC} = \Delta Ec + \Delta Ep = \Delta E_M$$

Si sólo actúan fuerzas conservativas: $W_{FNC} = 0 \Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M = \text{constante}$

ii) Falso. Su energía mecánica disminuye.

Si sólo actúan fuerzas de rozamiento:

$$W_{FNC} < 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E_M < 0 \quad \Rightarrow \quad E_2 - E_1 < 0 \quad \Rightarrow \quad E_2 < E_1 \quad \Rightarrow \quad E_M \text{ disminuye}$$

---

3) Una partícula se desplaza entre dos puntos siguiendo una determinada trayectoria. Sobre la partícula actúan fuerzas conservativas y no conservativas, que en total realizan un trabajo W. Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) W es igual a la variación de energía cinética de la partícula. ii) $W = -\Delta Ep$, donde Ep es la energía potencial.

i) Verdadero. El teorema de las fuerzas vivas (también llamado teorema trabajo-energía) establece que el trabajo total realizado por el total de fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al incremento en su energía cinética: $W_T = \Delta Ec$.

ii) Falso. La relación correcta es: $W_{FC} = -\Delta Ep$. El trabajo total sería:

$$W_T = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec$$

---

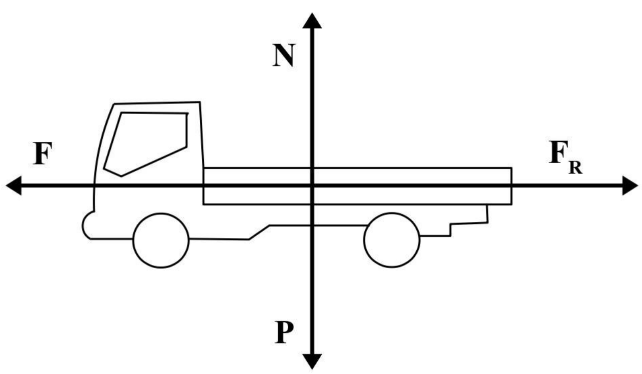
4) Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) El trabajo total realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica. ii) Siempre que actúen fuerzas no conservativas la energía mecánica varía.

i) Verdadero. Según el teorema de las fuerzas vivas: $W_T = \Delta Ec$

La relación entre el trabajo de las fuerzas conservativas y la energía potencial es: $W_{FC} = -\Delta Ep$

Luego: $W_T = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec \quad \Rightarrow \quad W_{FNC} = \Delta Ec + \Delta Ep = \Delta E_M$

ii) Falso. La energía mecánica varía siempre que el trabajo de las fuerzas no conservativas sea distinto de cero. Esto puede ocurrir si no actúan fuerzas conservativas o bien si actúan varias fuerzas no conservativas y se anulan entre sí. Ejemplo: un camión moviéndose a velocidad constante por una carretera recta:



$$F = F_R \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = cte \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta Ec = 0$$

$$\Delta h = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta Ep = 0$$

$$\text{Luego: } \Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep = 0 + 0 = 0$$

Las fuerzas no conservativas se anulan entre sí

---

5) Sobre una partícula que describe una trayectoria cerrada actúan distintas fuerzas. Razone si son verdaderos los siguientes enunciados: i) El trabajo de las fuerzas conservativas es mayor que cero. ii) El trabajo de la fuerza de rozamiento, que actúa en sentido opuesto al desplazamiento, es mayor que cero.

i) Falso. Es nulo. Las fuerzas conservativas son aquellas cuyo trabajo sólo depende de las posiciones inicial y final de la partícula. Para una trayectoria cerrada, las posiciones inicial y final coinciden, luego la variación de energía potencial es cero y el trabajo también:

$$W_{FC} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B = 0 \quad \text{y también: } W_{FC} = \oint \vec{F} \cdot d\,\vec{r} = 0$$

PROBLEMAS DE DINÁMICA Y ENERGÍA

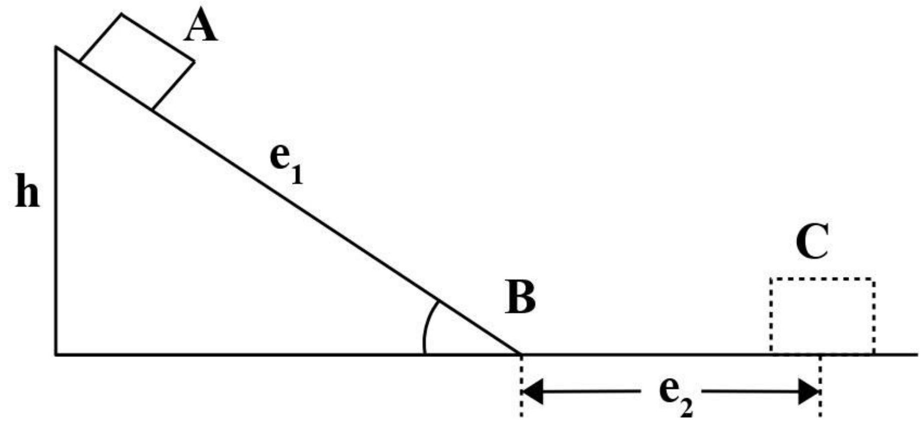
2025

1) Un bloque de 3'5 kg desciende, partiendo del reposo, por una rampa rugosa que forma un ángulo de 37º con la horizontal desde una altura de 4 m. Cuando llega al final del plano inclinado, recorre 10 m sobre una superficie horizontal, con igual coeficiente de rozamiento, hasta que se para. Calcule mediante razonamientos energéticos: i) el coeficiente de rozamiento entre el bloque y las superficies; ii) la velocidad del bloque cuando llega al final del plano inclinado. $g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$.

Datos:

$m = 3'5$ kg
$v_A = 0$
$\alpha = 37º$
$h = 4$ m
$e_2 = 10$ m
¿μ?
¿v_B?
$g = 9'8\ m/s^2$

Dibujo:



Principio físico: principio de conservación de la energía: en un sistema cerrado, la energía total permanece constante.

Método de resolución: aplicaremos el principio de conservación de la energía.

Resolución: * Espacio recorrido en el plano inclinado:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{e_1} \quad \Rightarrow \quad e_1 = \frac{h}{sen\,\alpha} = \frac{4}{sen\,37º} = 6'65 \text{ m}$$

* Coeficiente de rozamiento:

$$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_C + Ep_C \quad \Rightarrow \quad 0 + m\cdot g\cdot h + W_{R1} + W_{R2} = 0 + 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - F_{R1}\cdot e_1 - F_{R2}\cdot e_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - \mu\cdot N_1\cdot e_1 - \mu\cdot N_2\cdot e_2 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - \mu\cdot m\cdot g\cdot \cos\alpha\cdot e_1 - \mu\cdot m\cdot g\cdot e_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h = \mu\cdot m\cdot g\cdot \cos\alpha\cdot e_1 + \mu\cdot m\cdot g\cdot e_2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad h = \mu\cdot \cos\alpha\cdot e_1 + \mu\cdot e_2 = \mu\cdot(\cos\alpha\cdot e_1 + e_2) \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{h}{\cos\alpha\cdot e_1 + e_2} =$$

$$= \frac{4}{\cos 37º\cdot 6'65 + 10} = \boxed{0'261}$$

* Velocidad al final del plano:

$$Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B \quad \Rightarrow \quad 0 + m\cdot g\cdot h + W_{R1} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 + 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - F_{R1}\cdot e_1 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 \quad \Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - \mu\cdot N_1\cdot e_1 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad m\cdot g\cdot h - \mu\cdot m\cdot g\cdot \cos\alpha\cdot e_1 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2 \quad \Rightarrow \quad g\cdot h - \mu\cdot g\cdot \cos\alpha\cdot e_1 = \frac{v_B^2}{2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v_B^2 = 2\cdot g\cdot h - 2\cdot \mu\cdot g\cdot \cos\alpha\cdot e_1 = 2\cdot g\cdot (h - \mu\cdot \cos\alpha\cdot e_1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2\cdot g\cdot (h - \mu\cdot \cos\alpha\cdot e_1)} = \sqrt{2\cdot 9'8\cdot (4 - 0'261\cdot \cos 37^o\cdot 6'65)} = \boxed{7'16 \ \frac{m}{s}}$$

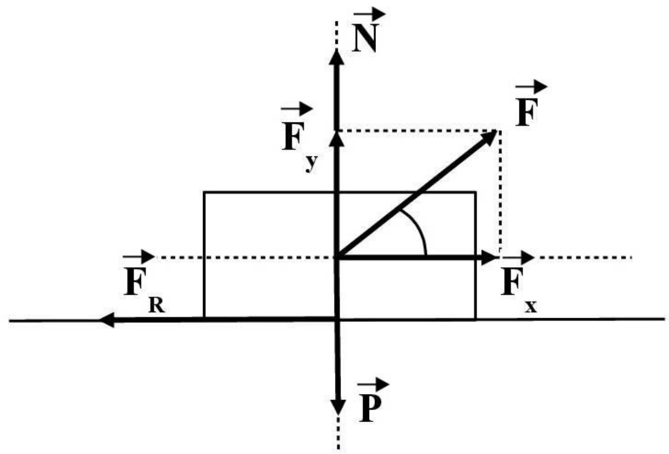
<u>Comentario</u>: el trabajo de rozamiento es negativo porque es energía que se le resta al cuerpo.

2) Un asistente de vuelo arrastra con velocidad constante una maleta sin ruedas de 7 kg, por una superficie horizontal. Tira de la maleta con una correa que forma un ángulo de 63º con el suelo. El coeficiente de rozamiento entre la maleta y el suelo es 0'25. i) Realice un esquema de las fuerzas que actúan sobre la maleta. ii) Calcule razonadamente el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la maleta en un recorrido de 3'5 m. g = 9'8 m/s^2.

Datos:

m = 7 kg
α = 63º
μ = 0'25
¿W?
e = 3'5 m
g = 9'8 m/s^2

Dibujo:



Principio físico: según la primera ley de Newton, cuando un cuerpo se mueve a velocidad constante, la resultante de sus fuerzas es cero.

Método de resolución: a partir de la primera ley de Newton, calcularemos la fuerza F. Los trabajos los calcularemos a partir de la definición del trabajo.

Resolución: * Fuerza de avance:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad N + F_y = P \quad \Rightarrow \quad N = P - F_y = m \cdot g - F \cdot \text{sen}\ \alpha$$

$F_x = F_R \quad \Rightarrow \quad F \cdot \cos\alpha = \mu \cdot m \cdot g - \mu \cdot F \cdot \text{sen}\ \alpha \quad \Rightarrow \quad F \cdot \cos\alpha + \mu \cdot F \cdot \text{sen}\ \alpha = \mu \cdot m \cdot g \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos\alpha + \mu \cdot sen\,\alpha} = \frac{0'25 \cdot 7 \cdot 9'8}{\cos 63º + 0'25 \cdot sen\,63º} = 25'3\ \text{N}$$

* Trabajo de cada fuerza: $W_N = W_P = W_{Fy} = \boxed{0\ \text{N}}$; $W_F = F \cdot e \cdot \cos\alpha = 25'3 \cdot 3'5 \cdot \cos 63º = \boxed{40'2\ \text{J}}$

$W_{Fx} = F_x \cdot e = F \cdot \cos\alpha \cdot e = 25'3 \cdot \cos 63º \cdot 3'5 = \boxed{40'2\ \text{J}}$; $F_R = F_x = F \cdot \cos\alpha = 25'3 \cdot \cos 63º = 11'5\ \text{N}$

$W_R = F_R \cdot e \cdot \cos\beta = 11'5 \cdot 3'5 \cdot \cos 180º = \boxed{-40'2\ \text{J}}$

Comentario: los trabajos de las fuerzas perpendiculares al desplazamiento son nulos puesto que:

$$\cos 90º = 0$$

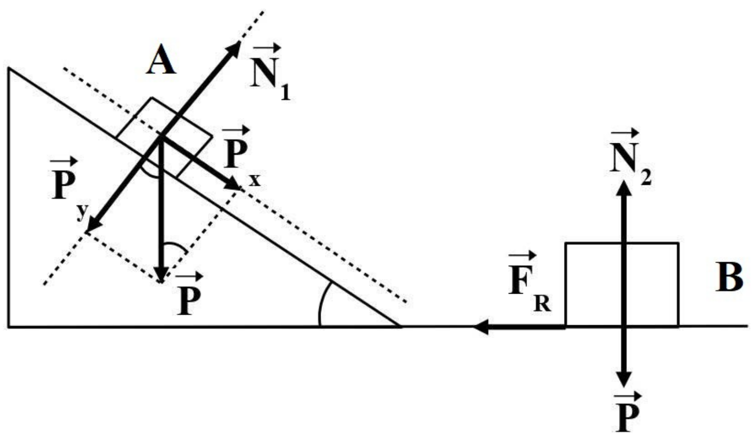
2024

3) Una masa de 5 kg se lanza hacia abajo por un plano inclinado sin rozamiento 15º respecto de la horizontal con velocidad inicial de 3 m s^{-1}. Tras recorrer 2 m a lo largo del plano inclinado llega a una superficie horizontal con rozamiento. Cuando ha recorrido 2 m sobre la superficie horizontal, su velocidad es de 1 m s^{-1}. i) Represente un diagrama de las fuerzas sobre la masa en cada superficie. ii) Utilizando consideraciones energéticas, calcule el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el recorrido descrito. iii) Calcule el coeficiente de rozamiento en el tramo horizontal. g = 9'8 m s^{-2}.

Datos:

m = 5 kg
α = 15º
v_A = 3 m/s
e_1 = 2 m
e_2 = 2 m
v_B = 1 m/s
¿W_R?
¿μ?
g = 9'8 m/s^2

Dibujo:



Principio físico: principio de conservación de la energía: en un sistema aislado, la energía total permanece constante.

Método de resolución: aplicaremos el principio de conservación de la energía y la expresión del trabajo de rozamiento.

Resolución: * Altura inicial: $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{h_A}{e_1} \Rightarrow h_A = e_1 \cdot \text{sen}\ \alpha = 2 \cdot \text{sen}\ 15º = 0'518$ m

* Trabajo de rozamiento:

$Ec_A + Ep_A + W_R = Ec_B + Ep_B \Rightarrow W_R = Ec_B + Ep_B - Ec_A - Ep_A =$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1^2 + 0 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3^2 - 5 \cdot 9'8 \cdot 0'518 = \boxed{-45'4 \text{ J}}$$

* Coeficiente de rozamiento:

$$W_R = F_R \cdot e_2 \cdot \cos\beta = \mu \cdot m \cdot g \cdot e_2 \cdot \cos\beta \Rightarrow \mu = \frac{W_R}{m \cdot g \cdot e_2 \cdot \cos\beta} = \frac{-45'4}{5 \cdot 9'8 \cdot 2 \cdot \cos 180º} = \boxed{0'463}$$

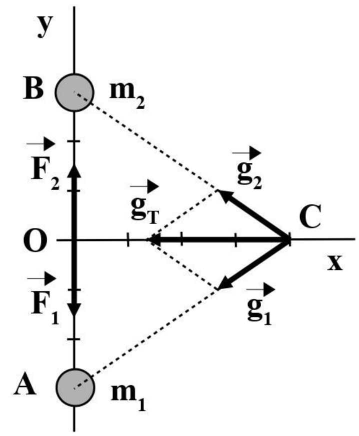
Comentario: el trabajo de rozamiento es negativo porque es energía que pierde el cuerpo por fricción.

2) Dos masas puntuales de 200 kg están situadas en los puntos A(0,-3) m y B(0,3) m. Calcule razonadamente: i) el campo gravitatorio en el punto C(4,0) m, apoyándose en un esquema; ii) la fuerza sobre una masa puntual de 3 kg situada en el origen. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$.

Datos:

$m_1 = m_2 = 200$ kg
A(0,-3) m
B(0,3) m
¿g?
C(4,0) m
¿F_G?
$M_3 = 3$ kg
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

Dibujo:



Principio físico: el campo gravitatorio es la perturbación del espacio provocada por una masa. Ley de gravitación universal: dos cuerpos se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

Método de resolución: usaremos el principio de superposición.

Resolución: * Distancias: $r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ m ; $r_{AO} = r_{BO} = 3$ m

* Módulos de los campos gravitatorios: $g_1 = g_2 = \dfrac{G \cdot m_1}{r_{AO}^2} = \dfrac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 200}{5^2} = 5'34 \cdot 10^{-10}\ \dfrac{m}{s^2}$

* Campo gravitatorio en C:

$$\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -g_1 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} - g_1 \cdot sen\,\alpha \cdot \vec{j} - g_2 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} + g_2 \cdot sen\,\alpha \cdot \vec{j} =$$

$$= -g_1 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} - g_1 \cdot sen\,\alpha \cdot \vec{j} - g_1 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} + g_1 \cdot sen\,\alpha \cdot \vec{j} = -2 \cdot g_1 \cdot \cos\alpha \cdot \vec{i} =$$

$$= -2 \cdot 5'34 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{4}{5} \cdot \vec{i} = \boxed{-8'54 \cdot 10^{-10} \cdot \vec{i} \quad \frac{m}{s^2}}$$

* Fuerza sobre la masa m_3:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_3}{r_{AO}^2} \cdot \vec{j} + \frac{G \cdot m_2 \cdot m_3}{r_{BO}^2} \cdot \vec{j} = \boxed{0\ N}$$

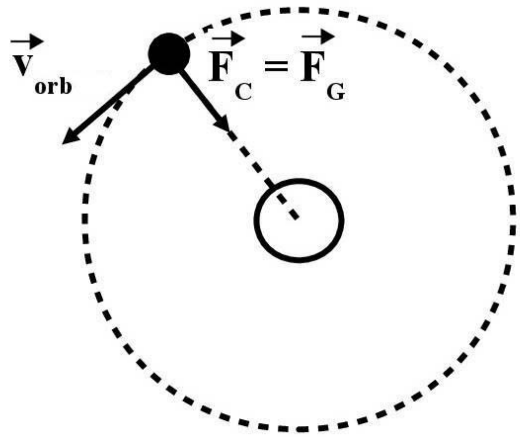
Comentario: como las masas m_1 y m_2 son iguales y las distancias r_{AO} y r_{BO} son iguales, las fuerzas F_1 y F_2 son iguales y la fuerza total sobre m_3 será nula.

3) Un satélite de 1400 kg en una órbita circular tarda un día y medio en dar la vuelta a la Tierra. Calcule razonadamente: i) el radio de la órbita; ii) la velocidad mínima que hay que suministrarle para que abandone el campo gravitatorio terrestre desde la órbita en la que se encuentra.
$G = 6'67\cdot10^{-11}$ N·m²/kg², $M_T = 5'98\cdot10^{24}$ kg, R_T = 6370 km; 1 día = 24 h.

Datos:

m = 1400 kg
T = 1'5 d
$G = 6'67\cdot10^{-11}$ N·m²/kg²
$M_T = 5'98\cdot10^{24}$ kg
$R_T = 6'37\cdot10^{6}$ m
1 día = 24 h

Dibujo:



Principio físico: un satélite se mantiene en órbita por un equilibrio entre la inercia y la atracción gravitatoria. La velocidad de escape de un planeta es la velocidad mínima necesaria para lanzar un cuerpo desde la superficie del planeta o desde una órbita hasta el infinito.

Método de resolución: aplicaremos las expresiones de las energías potencial y mecánica y calcularemos la velocidad orbital igualando las fuerzas gravitatoria y centrípeta. Deduciremos la velocidad de escape con un balance de energía.

Resolución: * Período orbital en segundos: $T = 1'5\ d\cdot \frac{24\,h}{1\,d}\cdot\frac{3600\,s}{1\,h} = 1'296\cdot10^5$ s

* Radio de la órbita:

$$F_G = F_C \Rightarrow \frac{G\cdot M_T\cdot m}{r^2} = \frac{m\cdot v^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M_T}{r} = v^2 \quad (1)$$

$$T = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\cdot\pi^2\cdot r^2}{T^2} \quad (2)$$

Igualando las expresiones (1) y (2):

$$\frac{G\cdot M_T}{r} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot r^2}{T^2} \Rightarrow G\cdot M_T\cdot T^2 = 4\cdot\pi^2\cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\cdot\pi^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\cdot\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot10^{-11}\cdot5'98\cdot10^{24}\cdot(1'296\cdot10^5)^2}{4\cdot\pi^2}} = \boxed{5'54\cdot10^7\ \text{m}}$$

* Velocidad de escape:

$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_e^2 - \frac{G\cdot M_T\cdot m}{r} = 0 + 0 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_e^2 = \frac{G\cdot M_T\cdot m}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_e^2}{2} = \frac{G\cdot M_T}{r} \quad \Rightarrow \quad v_e^2 = \frac{2\cdot G\cdot M_T}{r} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}}{5'54\cdot 10^{7}}} = \boxed{3795 \ \frac{m}{s}}$

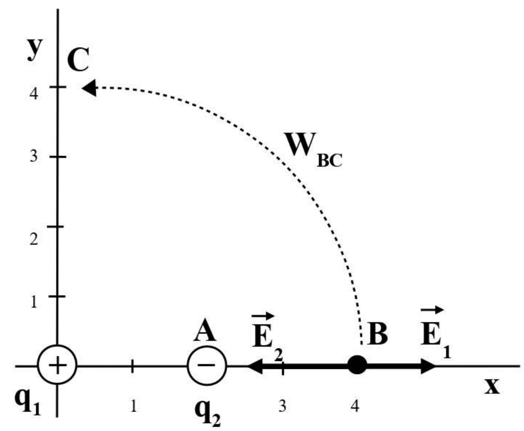
<u>Comentario</u>: no se ha tenido en cuenta en la energía cinética la velocidad orbital del satélite.

2) Una carga $q_1 = 2\cdot10^{-9}$ C está fija en el origen de coordenadas y otra carga $q_2 = -4\cdot10^{-9}$ C se encuentra fija en el punto A(2,0) m. i) Determine y dibuje el campo eléctrico, debido a ambas cargas, en el punto B(4,0) m. ii) Calcule el trabajo que las fuerzas del campo realizan para trasladar una tercera carga $q_3 = 1\cdot10^{-9}$ C desde B hasta un punto C(0,4) m. Interprete el signo del trabajo. $K = 9\cdot10^{9}\ N\cdot m^2/C^2$.

Datos:

$q_1 = +2\cdot10^{-9}$ C
$q_2 = -4\cdot10^{-9}$ C
O(0,0) m
A(2,0) m
¿E?
B(4,0) m
¿W_{BC}?
$q_3 = +1\cdot10^{-9}$ C
C(0,4) m
$K = 9\cdot10^{9}\ N\cdot m^2/C^2$

Dibujo:



Principio físico: el campo eléctrico es la perturbación del espacio provocada por una carga eléctrica. Principio de superposición: el efecto conjunto de varias cargas es la suma de los efectos individuales.

Método de resolución: aplicaremos el principio de superposición, la fórmula del campo eléctrico y la relación entre el trabajo y la energía potencial.

Resolución: * Distancias: $r_{OB} = 4$ m ; $r_{AB} = 2$ m ; $r_{OC} = 4$ m ; $r_{AC} = \sqrt{2^2+4^2} = 4'47$ m

* Módulos de los campos eléctricos:

$$E_1 = \frac{K\cdot q_1}{r_{OB}^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-9}}{4^2} = 1'125\ \frac{N}{C} \quad ; \quad E_2 = \frac{K\cdot q_2}{r_{AB}^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-9}}{2^2} = 9\ \frac{N}{C}$$

* Campo eléctrico total:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = E_1\cdot\vec{i}-E_2\cdot\vec{i} = (E_1-E_2)\cdot\vec{i} = (1'125-9)\cdot\vec{i} = \boxed{-7'87\cdot\vec{i}\ \ \frac{N}{C}}$$

* Energías potenciales:

$$Ep_B = Ep_{B1} + Ep_{B2} = \frac{K\cdot q_1\cdot q_3}{r_{OB}} + \frac{K\cdot q_2\cdot q_3}{r_{AB}} = K\cdot q_3\cdot\left(\frac{q_1}{r_{OB}}+\frac{q_2}{r_{AB}}\right) =$$

$$= 9\cdot10^9\cdot1\cdot10^{-9}\cdot\left(\frac{2\cdot10^{-9}}{4}+\frac{-4\cdot10^{-9}}{2}\right) = -1'35\cdot10^{-8}\ J$$

$$Ep_C = Ep_{C1} + Ep_{C2} = \frac{K\cdot q_1\cdot q_3}{r_{OC}} + \frac{K\cdot q_2\cdot q_3}{r_{AC}} = K\cdot q_3\cdot\left(\frac{q_1}{r_{OC}} + \frac{q_2}{r_{AC}}\right) =$$

$$= 9\cdot 10^{9}\cdot 1\cdot 10^{-9}\cdot\left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{4} + \frac{-4\cdot 10^{-9}}{4'47}\right) = -3'55\cdot 10^{-9}\ J$$

* Trabajo realizado:

$$W_{BC} = -\Delta Ep = Ep_B - Ep_C = -1'35\cdot 10^{-8} + 3'55\cdot 10^{-9} = \boxed{-9'95\cdot 10^{-9}\ J}$$

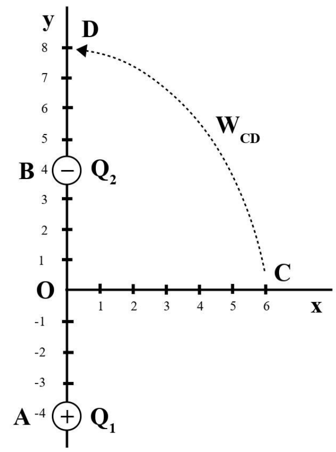
<u>Comentario</u>: el signo negativo del trabajo indica que el proceso es no espontáneo, es decir, que se necesita una fuerza externa para realizarlo.

3) Dos cargas puntuales de $+10^{-6}$ C y -10^{-6} C se encuentran colocadas en las posiciones A(0,-4) m y B(0,4) m, respectivamente. i) Calcule el potencial en las posiciones C(6,0) m y D(0,8) m. ii) Determine el trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de $+4\cdot10^{-4}$ C desde el punto C al D. Interprete el signo del trabajo. Justifique todas sus respuestas. $K = 9\cdot10^{9}\ N\cdot m^2/C^2$.

Datos:

$Q_1 = +10^{-6}$ C
$Q_2 = -10^{-6}$ C
A(0,-4) m
B(0,4) m
¿V_C, V_D?
C(6,0) m
D(0,8) m
¿W_{CD}?
$Q_3 = +4\cdot10^{-4}$ C
$K = 9\cdot10^{9}\ N\cdot m^2/C^2$

Dibujo:



Principio físico: el potencial eléctrico es la energía potencial eléctrica por unidad de carga. Principio de superposición: el efecto conjunto de varias cargas es la suma de los efectos individuales.

Método de resolución: utilizaremos el principio de superposición y la relación entre el trabajo y el potencial.

Resolución: * Distancias: $r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{4^2+6^2} = 7'21$ m ; $r_{AD} = 12$ m ; $r_{BD} = 4$ m

* Potenciales:

$$V_C = V_{C1} + V_{C2} = \frac{K\cdot Q_1}{r_{AC}} + \frac{K\cdot Q_2}{r_{BC}} = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-6}}{7'21} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-10^{-6})}{7'21} = \boxed{0\ V}$$

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} = \frac{K\cdot Q_1}{r_{AD}} + \frac{K\cdot Q_2}{r_{BD}} = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-6}}{12} + \frac{9\cdot10^9\cdot(-10^{-6})}{4} = \boxed{-1500\ V}$$

* Trabajo realizado:

$$W_{CD} = -\Delta Ep = Ep_C - Ep_D = Q_3\cdot(V_C - V_D) = 4\cdot10^{-4}\cdot(0 + 1500) = \boxed{0'6\ J}$$

Comentario: el signo positivo del trabajo indica que el proceso es espontáneo, es decir, que no se necesita una fuerza externa al sistema para realizarlo.

PROBLEMAS DE CAMPO MAGNÉTICO

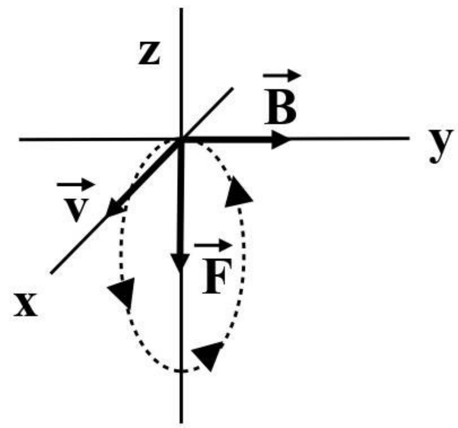
2025

1) Un electrón, que parte del reposo, es acelerado mediante una diferencia de potencial y penetra con una velocidad $\vec{v} = 3 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}$ (m/s) en el seno de un campo magnético uniforme de valor $\vec{B} = 0'2 \cdot \vec{j}$ (T). Determine razonadamente: i) la trayectoria seguida por el electrón, ayudándose de un esquema; ii) el valor del radio y el periodo de la órbita que describe el electrón; iii) la diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiera la velocidad indicada.
$e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Datos:

$v_0 = 0$ m/s
$\vec{v} = 3 \cdot 10^5 \cdot \vec{i}$ (m/s)
$\vec{B} = 0'2 \cdot \vec{j}$ (T)
¿R, T, $V_A - V_B$?
$e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C
$m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg

Dibujo:



Principio físico: ley de Lorentz: una carga en movimiento en el interior de un campo magnético, experimenta una fuerza dada por: $\vec{F}_m = Q \cdot \vec{v} \, x \, \vec{B}$. Conservación de la energía mecánica: en sistemas en los que sólo hay fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante.

Método de resolución: aplicaremos la ley de Lorentz, la fórmula del período y la conservación de la energía mecánica.

Resolución: * Radio de giro del electrón: $F_m = F_C \Rightarrow Q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q \cdot B \cdot \text{sen}\ 90^\circ = \frac{m \cdot v}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B} = \frac{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^5}{1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 0'2} = \boxed{8'53 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

* Período de la órbita: $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8'53 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^5} = \boxed{1'79 \cdot 10^{-10} \text{ s}}$

* Diferencia de potencial: $-\Delta Ep = \Delta Ec \Rightarrow Q \cdot (V_A - V_B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow V_A - V_B = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q} =$

$$\frac{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19}} = \boxed{0'256 \text{ V}}$$

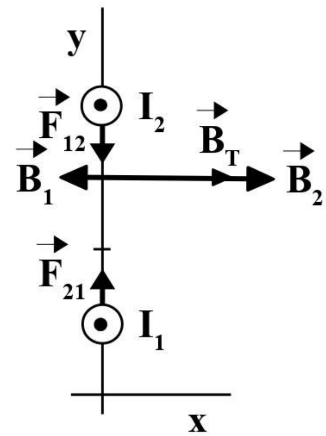
Comentario: el electrón seguirá una trayectoria circular en el plano XZ.

2) Dos conductores rectilíneos muy largos se disponen paralelamente al eje OZ. El primero pasa por el punto A(0,1) m y el segundo por el punto B(0,4) m del plano XY. Por ellos circulan corrientes de 1 A y 2 A, respectivamente, hacia la parte positiva del eje OZ. i) Realice un esquema y calcule el vector campo magnético total en el punto C(0,3) m del plano XY. ii) Calcule la fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre el conductor por el que pasa 2 A. Justifique sus respuestas. $\mu_0 = 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m\cdot A^{-1}$.

Datos:

A(0,1) m
B(0,4) m
$I_1 = 1$ A
$I_2 = 2$ A
¿ $\vec{B}_T$?
C(0,3) m
¿F/L?
$\mu_0 = 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m\cdot A^{-1}$

Dibujo:



Principio físico: ley de Biot y Savart: un hilo de corriente crea a su alrededor un campo magnético dado por: $B = \dfrac{\mu_0\cdot I}{2\cdot\pi\cdot r}$. Ley de Laplace: un hilo de corriente en el seno de un campo magnético experimenta una fuerza dada por: $\vec{F}_m = I\cdot\vec{L}\,x\,\vec{B}$.

Método de resolución: calcularemos el campo magnético mediante Biot y Savart, usaremos el principio de superposición y deduciremos la fuerza por unidad de longitud mediante Biot y Savart y Laplace.

Resolución: * Módulos de los campos magnéticos:

$$B_1 = \frac{\mu_0\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot r_1} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1}{2\cdot\pi\cdot 2} = 10^{-7}\ T \quad ; \quad B_2 = \frac{\mu_0\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot r_2} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2}{2\cdot\pi\cdot 1} = 4\cdot 10^{-7}\ T$$

* Vector campo magnético total: $\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -10^{-7}\cdot\vec{i} + 4\cdot 10^{-7}\cdot\vec{i} = \boxed{3\cdot 10^{-7}\cdot\vec{i}\quad (T)}$

* Fuerzas ejercidas sobre los hilos (Laplace):

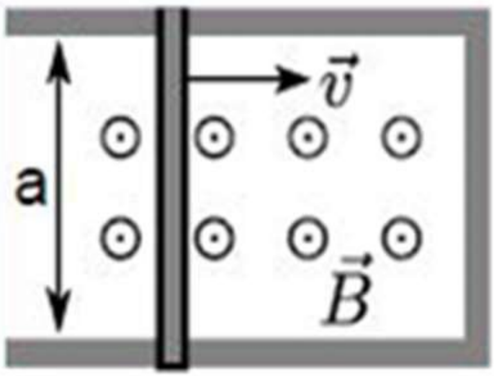
$$\vec{F}_{12} = I_2\cdot\vec{L}_2\,x\,\vec{B}_{12} \quad ; \quad \vec{F}_{21} = I_1\cdot\vec{L}_1\,x\,\vec{B}_{21} \quad ; \quad F_{12} = I_2\cdot L_2\cdot B_{12} \quad ; \quad F_{21} = I_1\cdot L_1\cdot B_{21}$$

* Fuerza por unidad de longitud:

$$F = F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d} = L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d} = F_{21} \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d} =$$

$$= \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 3} = \boxed{1'33 \cdot 10^{-7} \ \frac{N}{m}}$$

Comentario: los dos conductores se ejercen las mismas fuerzas de atracción, pero de sentidos opuestos. El sentido de cada campo magnético se obtiene aplicando la regla de la mano derecha: el pulgar apunta al sentido de la corriente en el hilo y los demás dedos apuntan en el sentido del campo, $\vec{B}$. Dos hilos paralelos con el mismo sentido de la corriente experimentan dos fuerzas atractivas, iguales y de sentidos opuestos.

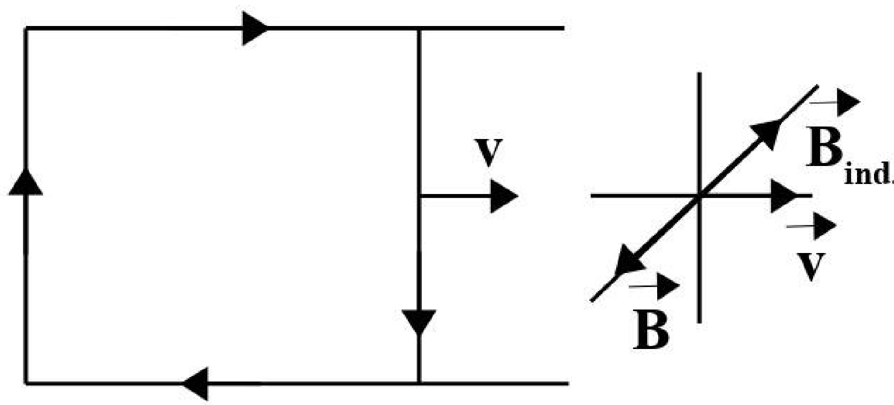


3) El lado móvil de la espira rectangular de la figura, de longitud a = 0'15 m, se mueve con una velocidad constante de 0'2 m/s dentro de un campo magnético uniforme de módulo igual a 2 T (saliente del papel, según el esquema). La resistencia eléctrica de la espira es igual a 50 Ω. Determine de forma razonada: i) la fuerza electromotriz en valor absoluto; ii) el valor de la intensidad de corriente; iii) el sentido de la corriente inducida en la situación del esquema. Dibuje el campo inducido dentro de la espira.

Datos:

a = 0'15 m
v = 0'2 m/s
B = 2 T
R = 50 Ω
¿ε?
¿I?

Dibujo:



Principio físico: inducción electromagnética, ley de Faraday-Lenz: cuando un circuito es atravesado por un flujo magnético variable, se induce en el circuito una corriente eléctrica en un sentido tal que se opone a la variación del flujo.

Método de resolución: usaremos la definición de flujo, la ley de Faraday-Lenz y la ley de Ohm.

Resolución: * Flujo magnético en función del tiempo:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot\vec{i}\cdot a\cdot y\cdot\vec{i} = B\cdot\vec{i}\cdot a\cdot v\cdot t\cdot\vec{i} = B\cdot a\cdot v\cdot t = 2\cdot 0'15\cdot 0'2\cdot t = 0'06\cdot t \ \text{(Wb)}$$

* Fuerza electromotriz inducida: $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -0'06\ \text{V} \Rightarrow \boxed{|\varepsilon| = 0'06\ \text{V}}$

* Intensidad de corriente: $\varepsilon = I\cdot R \Rightarrow I = \dfrac{\epsilon}{R} = \dfrac{0'06}{50} = \boxed{1'2\cdot 10^{-3}\ \text{A}}$

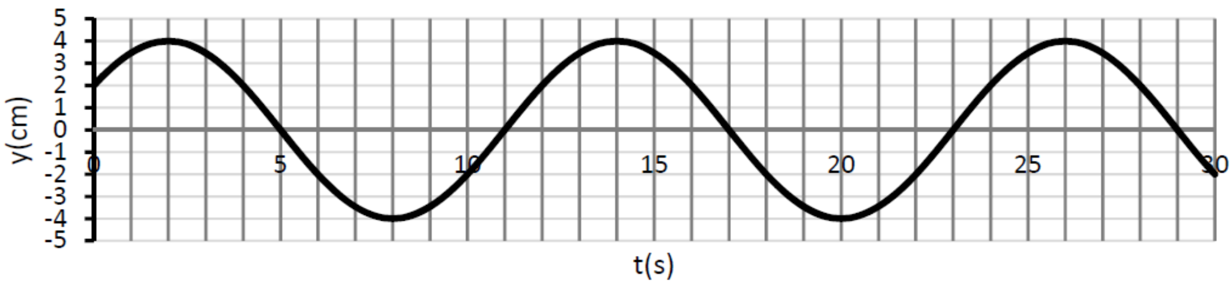
Comentario: como el área de la espira crece, el flujo magnético crece; luego el vector $\vec{B}_{ind.}$ se opone al vector $\vec{B}$ para compensar el aumento de flujo. El sentido de la corriente se obtiene mediante la regla de la mano derecha: el pulgar apunta a la $\vec{B}_{ind.}$ y los demás dedos apuntan al sentido de la corriente.

PROBLEMAS DE MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS) Y DE ONDAS

Problemas de movimiento armónico simple (MAS)

2016

1) Un bloque de masa m = 10 kg realiza un movimiento armónico simple. En la figura adjunta se representa su elongación, y, en función del tiempo, t:

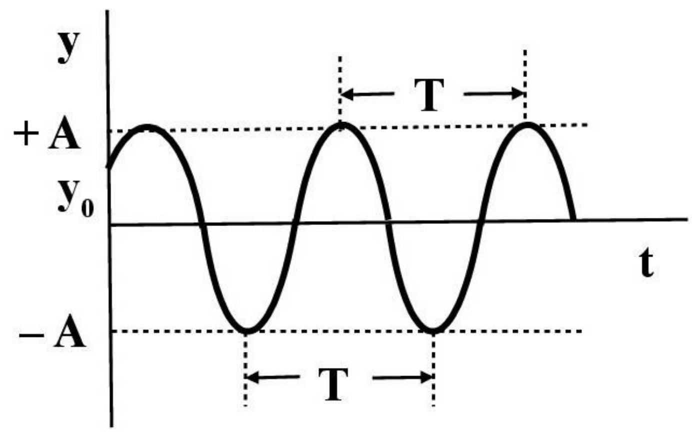


i) Escriba la ecuación del movimiento armónico simple con los datos que se obtienen de la gráfica.
ii) Determine la velocidad y la aceleración del bloque en el instante t = 5 s.

Datos:

m = 10 kg
¿Ecuación?
¿v?
¿a?
t = 5 s

Dibujo:



Principio físico: se dice que un cuerpo realiza un movimiento armónico simple (M.A.S.) cuando oscila a un lado y a otro de la posición de equilibrio y ese movimiento viene descrito por una función seno o coseno dependiente del tiempo. La fuerza restauradora es proporcional a la distancia a la posición de equilibrio.

Método de resolución: escribiremos la ecuación general del MAS y obtendremos las magnitudes características del movimiento a partir de la gráfica y a partir de sus fórmulas.

Resolución: * Ecuación general del MAS: $y = A \cdot sen\,(\omega \cdot t + \varphi_0)$

* Amplitud: elongación máxima: $A = 0'04$ m

* Período: distancia entre dos crestas consecutivas: $T = 12$ s

* Frecuencia angular: $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{12} = \frac{\pi}{6} \; \frac{rad}{s}$

* Fase inicial: para t = 0, y = 0'02 $\Rightarrow$ $0'02 = 0'04 \cdot sen\,(0 + \varphi_0)$

$$\Rightarrow \; sen\,(0 + \varphi_0) = \frac{0'02}{0'04} = 0'5 \;\; \Rightarrow \;\; \varphi_0 = 30^o = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

* Ecuación del movimiento: $\boxed{y = 0'04 \cdot sen\,\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (m)}}$

* Velocidad del bloque a los 5 s:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0'04 \,.\, \frac{\pi}{6} \cdot cos\,\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) = 0'0209 \cdot cos\,\left(\frac{\pi}{6} \,.\, 5 + \frac{\pi}{6}\right) = \boxed{-\,0'0209 \;\; \frac{m}{s}}$$

* Aceleración del bloque a los 5 s:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\,0'04 \,.\, \left(\frac{\pi}{6}\right)^2 .\, sen\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) = -\,0'04 \,.\, \left(\frac{\pi}{6}\right)^2 .\, sen\left(\frac{\pi}{6} \,.\, 5 + \frac{\pi}{6}\right) = \boxed{0 \;\; \frac{m}{s^2}}$$

Comentario: a los 5 segundos está pasando por la posición de equilibrio, luego su velocidad es máxima ($A \cdot \omega$) y su aceleración es mínima (cero).

2015

2) El extremo de una cuerda realiza un movimiento armónico simple de ecuación:

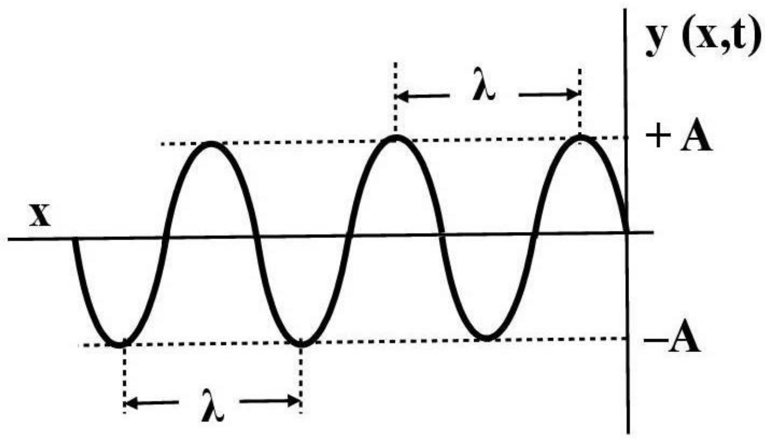
$$y(t) = 4\cdot \text{sen}\ (2\cdot\pi\cdot t)\ \text{(S. I.)}.$$

La oscilación se propaga por la cuerda de derecha a izquierda con velocidad de 12 ms^{-1}. i) Encuentre, razonadamente, la ecuación de la onda resultante e indique sus características. ii) Calcule la elongación de un punto de la cuerda que se encuentra a 6 m del extremo indicado, en el instante t = 3/4 s.

Datos:

$y(t) = 4\cdot \text{sen}\ (2\cdot\pi\cdot t)$
v = 12 m/s
¿y?
x = 6 m
t = ¾ s

Dibujo:



Principio físico: una onda es la propagación de una perturbación a través de un medio determinado. La perturbación puede ser provocada por una vibración o un campo. Una onda armónica es aquella cuya perturbación puede estudiarse como un movimiento armónico simple.

Método de resolución: escribiremos la ecuación general de una onda y averiguaremos las magnitudes de la onda mediante sus expresiones correspondientes. Usaremos las fórmulas de la frecuencia angular, ω, y del número de ondas, k.

Resolución: * Ecuación general: $y(x,t) = A\cdot \text{sen}\ (\pm\ \omega\cdot t \pm k\cdot x \pm \varphi_0)$

Por comparación: A = 4 m ; $\omega = 2\cdot\pi\ \frac{rad}{s}$

* Período del movimiento: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ s$

* Longitud de onda: $v_p = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v_p\cdot T = 12\cdot 1 = 12\ m$

* Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}\ \frac{rad}{m}$

* Fase inicial: para $t = 0$ y $x = 0$, $y = 0$, luego: $\varphi_0 = 0$

* Ecuación de la onda: $\boxed{y = 4 \cdot \text{sen}\,(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6} \cdot x)\ (\text{m})}$

* Elongación a 6 m y $\frac{3}{4}$ s: $y = 4 \cdot \text{sen}\,(2 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\, x) = 4 \cdot \text{sen}\,(2 \cdot \pi \,.\, \frac{3}{4} + \frac{\pi}{6} \,.\, 6) = \boxed{-4\ \text{m}}$

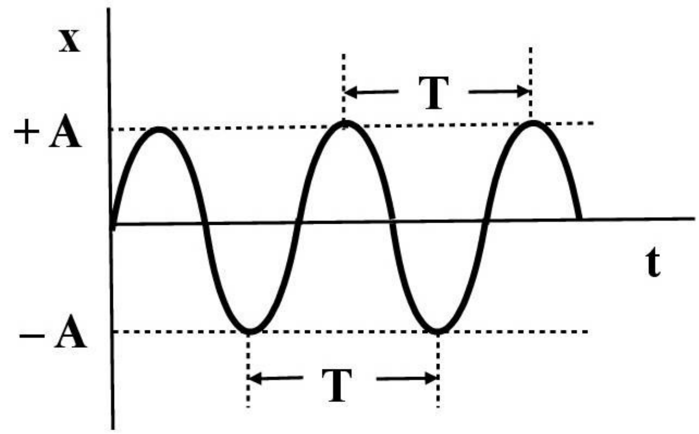
Comentario: a los 6 m y $\frac{3}{4}$ s, la elongación es máxima, pues se encuentra en una cresta. Como se desplaza hacia la izquierda, el término $k \cdot x$ es positivo. Se trata de una onda armónica, es decir, de una onda cuya perturbación se puede representar por un MAS.

2014

3) La energía mecánica de una partícula que realiza un movimiento armónico simple a lo largo del eje X y en torno al origen vale $3\cdot10^{-5}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre ella es de $1'5\cdot10^{-3}$ N. i) Obtenga la amplitud del movimiento. ii) Si el periodo de la oscilación es de 2 s y en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición x_0 = 2 cm, escriba la ecuación de movimiento.

Datos: Dibujo:

$E_M = 3\cdot10^{-5}$ J
$F_{máx} = 1'5\cdot10^{-3}$ N
¿A?
T = 2 s
x_0 = 0'02 m
¿Ecuación?



Principio físico: se dice que un cuerpo realiza un movimiento armónico simple (M.A.S.) cuando oscila a un lado y a otro de la posición de equilibrio y ese movimiento viene descrito por una función seno o coseno dependiente del tiempo. La fuerza restauradora es proporcional a la distancia a la posición de equilibrio.

Método de resolución: a partir de la expresión de la energía mecánica del MAS y de la fuerza recuperadora, obtendremos la amplitud. Escribiremos la ecuación general del MAS y obtendremos las magnitudes características.

Resolución: * Amplitud del movimiento: $E_M = \frac{1}{2}\cdot k\cdot A^2$; $F_{máx} = k\cdot A$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{E_M}{F_{máx}} = \frac{\frac{k\cdot A^2}{2}}{k\cdot A} = \frac{A}{2} \Rightarrow A = \frac{2\cdot E_M}{F_{máx}} = \frac{2\cdot3\cdot10^{-5}}{1'5\cdot10^{-3}} = \boxed{0'04\text{ m}}$$

* Ecuación general del MAS: $x = A\cdot \text{sen}\,(\omega\cdot t + \varphi_0)$

* Frecuencia angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ \frac{rad}{s}$

* Fase inicial: $0'02 = 0'04\cdot\text{sen}\,(0 + \varphi_0) \Rightarrow \text{sen}\,\varphi_0 = \frac{0'02}{0'04} = 0'5 \Rightarrow \varphi_0 = 30º = \frac{\pi}{6}$ rad

* Ecuación del movimiento: $\boxed{x = 0'04\cdot\text{sen}\,(\pi\cdot t + \frac{\pi}{6})\ \text{(m)}}$

Comentario: la fuerza máxima se alcanza con la máxima amplitud.

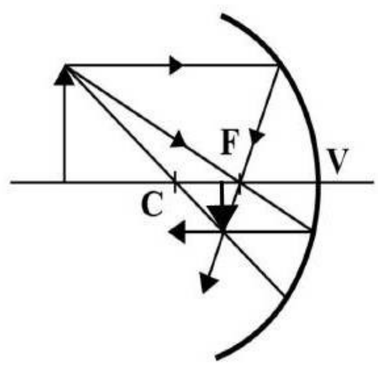
Otros problemas de óptica

2025

5) Un objeto de 4 cm de altura que está situado a 75 cm del vértice de un espejo esférico cóncavo produce una imagen invertida a 37'5 cm del espejo. i) Indique el criterio de signos utilizado y halle el radio del espejo. ii) Calcule la altura de la imagen. iii) Realice el trazado de rayos y justifique su construcción.

Datos: Dibujo:

y = 0'04 m
s = – 0'75 m
s' = – 0'375 m
¿R?
¿y'?



Principio físico: los espejos esféricos son sistemas físicos que cambian el tamaño de los objetos por reflexión.

Método de resolución: utilizaremos la ecuación de los espejos esféricos y la relación entre el foco y el radio.

Resolución: * Distancia focal:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0'75} + \frac{1}{-0'375} = -4 \Rightarrow f' = -0'25 \text{ m}$$

* Radio del espejo: R = 2·f ' = 2·(– 0'25) = $\boxed{-0'5 \text{ m}}$

* Altura de la imagen:

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow y' = -\frac{y \cdot s'}{s} = -\frac{0'04 \cdot (-0'375)}{-0'75} = \boxed{-0'02 \text{ m}}$$

Comentarios: criterio de signos, normas DIN: las distancias hacia la derecha y hacia arriba son positivas. Las distancias hacia la izquierda y hacia abajo son negativas. La distancia focal, f ', es negativa para los espejos cóncavos y positiva para los convexos. El radio de curvatura tiene el mismo signo que el foco.

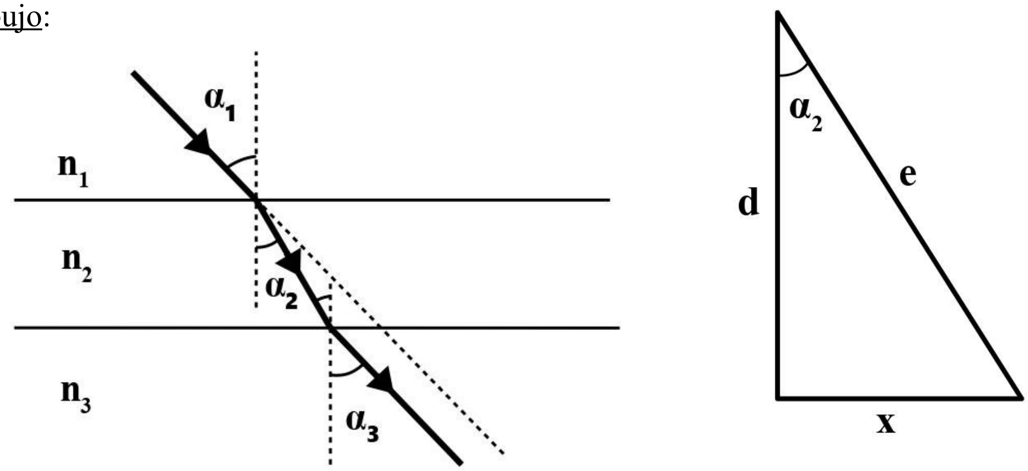
Los rayos trazados han sido los siguientes:
a) El rayo paralelo: va paralelo al eje óptico, llega al espejo y pasa por el foco F.
b) El rayo focal: pasa por el foco F, llega al espejo y sale paralelo al eje óptico.
c) El rayo radial: pasa por el centro de curvatura C, se refleja en el espejo y vuelve por el mismo camino.

6) Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas suspendida en el aire tiene un espesor de 8 cm. Un rayo de luz monocromática incide en la cara superior de la lámina con un ángulo de 45º respecto a la normal. i) Realice un esquema de la trayectoria que sigue el rayo refractado en los diferentes medios. ii) Calcule el valor del ángulo de refracción en el interior de la lámina y el del ángulo con el que emerge el rayo tras atravesar la lámina. iii) Determine el tiempo que tarda el rayo en atravesar la lámina. $n_{aire} = 1$; $n_{vidrio} = 1'6$; $c = 3\cdot10^8$ m/s.

Datos:

$d = 0'08$ m
$\alpha_1 = 45º$
¿α_2, α_3?
¿t?
$n_{aire} = 1$
$n_{vidrio} = 1'6$

Dibujo:



Principio físico: la refracción consiste en que, cuando un rayo de luz pasa de un medio transparente a otro, su trayectoria se desvía según una línea quebrada.

Método de resolución: utilizaremos la ley de Snell, trigonometría y la expresión de la velocidad.

Resolución: * Ángulo refractado en el medio 2:

$$n_1\cdot \text{sen}\,\alpha_1 = n_2\cdot \text{sen}\,\alpha_2 \quad\Rightarrow\quad \text{sen}\,\alpha_2 = \frac{n_1\cdot sen\,\alpha_1}{n_2} = \frac{1\cdot sen 45º}{1'6} = 0'442 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\alpha_2 = 26'2º}$$

* Ángulo refractado en el medio 3:

$$n_1\cdot \text{sen}\,\alpha_1 = n_2\cdot \text{sen}\,\alpha_2 = n_3\cdot \text{sen}\,\alpha_3 \quad ; \quad n_1 = n_3 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\alpha_1 = \alpha_3 = 45º}$$

* Velocidad de la luz en el vidrio: $n_2 = \dfrac{c}{v_2} \quad\Rightarrow\quad v_2 = \dfrac{c}{n_2} = \dfrac{3\cdot10^8}{1'6} = 1'87\cdot10^8\ \dfrac{m}{s}$

* Espacio recorrido por la luz: $\cos\alpha_2 = \dfrac{d}{e} \quad\Rightarrow\quad e = \dfrac{d}{\cos\alpha_2} = \dfrac{0'08}{\cos 26'2º} = 0'0892$ m

* Tiempo en atravesar la lámina: $v_2 = \dfrac{e}{t} \quad\Rightarrow\quad t = \dfrac{e}{v_2} = \dfrac{0'0892}{1'87\cdot10^8} = \boxed{4'77\cdot10^{-10}\ \text{s}}$

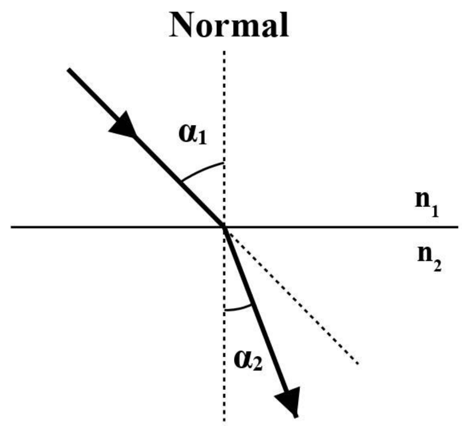
Comentario: los rayos incidentes y saliente del vidrio son paralelos puestos que $\alpha_1 = \alpha_3$.

7) Un haz de luz monocromática se propaga desde el aire al agua cambiando su longitud de onda de 700 a 525 nm. Calcule razonadamente: i) la frecuencia del haz de luz; ii) el índice de refracción del agua; iii) su velocidad de propagación en el segundo medio. $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $n_{aire} = 1$.

Datos:

$\lambda_1 = 7 \cdot 10^{-7}$ m
$\lambda_2 = 5'25 \cdot 10^{-7}$ m
¿f?
¿n_2?
¿v_2?
$c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}$
$n_{aire} = 1$

Dibujo:



Principio físico: la refracción consiste en que, cuando un rayo de luz pasa de un medio transparente a otro, su trayectoria se desvía según una línea quebrada.

Método de resolución: usaremos la relación entre la frecuencia y la longitud de onda, calcularemos la velocidad en el agua sabiendo que la frecuencia no cambia y usaremos la expresión del índice de refracción.

Resolución: * Frecuencia del haz de luz:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-7}} = \boxed{4'28 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

* Velocidad de la luz en el agua:

$$f_1 = f_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{c \cdot \lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 5'25 \cdot 10^{-7}}{7 \cdot 10^{-7}} = \boxed{2'25 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}}$$

* Índice de refracción del agua:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{2'25 \cdot 10^8} = \boxed{1'33}$$

Comentario: la frecuencia de la luz no cambia al refractarse de un medio a otro porque la frecuencia depende de la fuente y no de las características del medio.

PROBLEMAS DE FÍSICA NUCLEAR

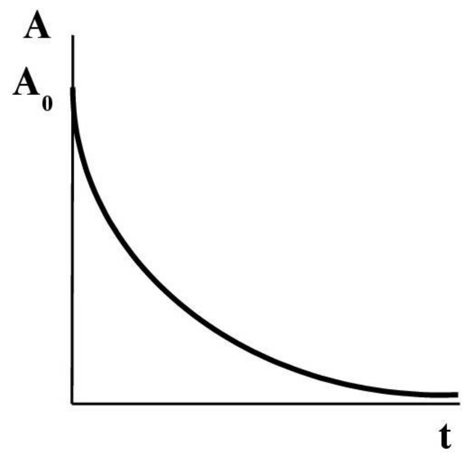
2025

1) El cobalto-60 ($^{60}_{27}Co$) se utiliza frecuentemente como fuente radiactiva en medicina. Su periodo de semidesintegración es 5'25 años. i) ¿Cuántos años deben transcurrir para que su actividad disminuya a una octava parte del valor original? ii) Calcule qué fracción de la muestra original queda al cabo de 8'32 años.

Datos:

$T_{1/2}$ = 5'25 a
¿t?
A = A_0 / 8
¿Fracción?
t = 8'32 a

Dibujo:



Principio físico: la radiactividad es la emisión natural o artificial de partículas y energía por parte de algunos núcleos inestables.

Método de resolución: utilizaremos la ley de desintegración radiactiva.

Resolución: * Constante de desintegración: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{5'25} = 0'132\ a^{-1}$

* Años que deben transcurrir: $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \dfrac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln \dfrac{A}{A_0} = -\lambda \cdot t \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ln \frac{A_0}{A} = \lambda \cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{A_0}{A} = \frac{1}{0'132} \cdot \ln \frac{A_0}{\frac{A_0}{8}} = \frac{1}{0'132} \cdot \ln 8 = \boxed{15'8\ a}$$

* Fracción de la muestra original:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t} = \exp(-\lambda \cdot t) = \exp(-0'132 \cdot 8'32) = \boxed{0'333}$$

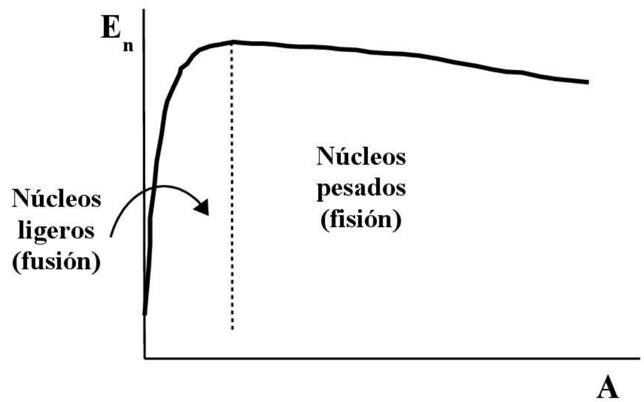
Comentario: las unidades internacionales de la constante de desintegración, λ, son s^{-1} pero, como los tiempos vienen dados en años, dejamos sus unidades en a^{-1}.

2) i) Determine razonadamente la energía de enlace del isótopo ${}^{3}_{2}He$. ii) Sabiendo que la energía de enlace por nucleón del ${}^{4}_{2}He$ es de 6'83 MeV/nucleón, razone si es más o menos estable que el ${}^{3}_{2}He$. Datos: m(${}^{3}_{2}He$) = 3'016029 u; m_p = 1'007276 u; m_n = 1'008665 u; 1 u = $1'66\cdot10^{-27}$ kg; e = $1'6\cdot10^{-19}$ C; c = $3\cdot10^{8}$ m/s.

Datos:

¿E_e?
E_n = 6'83 MeV/nucleón
m(${}^{3}_{2}He$) = 3'016029 u
m_p = 1'007276 u
m_n = 1'008665 u
1 u = $1'66\cdot10^{-27}$ kg
e = $1'6\cdot10^{-19}$ C
c = $3\cdot10^{8}$ m/s

Dibujo:



Principio físico: la energía de enlace es la energía necesaria para separar completamente un núcleo atómico en sus protones y neutrones constituyentes.

Método de resolución: calcularemos el defecto de masa mediante la diferencia de masas, calcularemos la energía de enlace por la fórmula de Einstein, calcularemos la energía de enlace y las compararemos.

Resolución: * Defecto másico del ${}^{3}_{2}He$:

$$\Delta m = \left| m_{núcleo} - \sum m_{\text{partículas que lo forman}} \right| = | m_{\text{núcleo}} - Z\cdot m_p - (A - Z)\cdot m_n | =$$

$$= | 3'016029 - 2\cdot 1'007276 - (3 - 2)\cdot 1'008665 | = 7'188\cdot10^{-3}\ \text{u}\cdot \frac{1'66\cdot10^{-27}\,kg}{1\,u} = 1'19\cdot10^{-29}\ \text{kg}$$

* Energía de enlace en julios: $E_e = \Delta m\cdot c^2 = 1'19\cdot10^{-29}\cdot(3\cdot10^{8})^2 = \boxed{1'07\cdot10^{-12}\ \text{J}}$

* Energía de enlace en MeV: $E_e = 1'07\cdot10^{-12}\ \text{J}\cdot \dfrac{1\,eV}{1'6\cdot10^{-19}\,C\cdot 1\,V} \cdot \dfrac{1\,MeV}{10^{6}\,eV} = 6'69\ \text{MeV}$

* Energía de enlace por nucleón del ${}^{3}_{2}He$: $E_n = \dfrac{E_e}{A} = \dfrac{6'69}{3} = 2'23\ \dfrac{MeV}{nucleón}$

Es más estable el ${}^{4}_{2}He$.

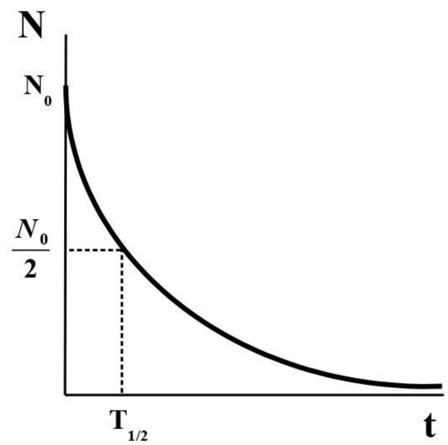
Comentario: es más estable el isótopo que tiene mayor valor de la energía de enlace por nucleón, E_n. El electronvoltio (eV) es la energía necesaria para acelerar un electrón con una diferencia de potencial de un voltio.

3) La masa de un núcleo de plutonio-239 es 239'05 u y su período de semidesintegración es 24200 años. Determine: i) la constante de desintegración; ii) la actividad de una muestra de 1 mg de plutonio-239; iii) el tiempo necesario para que quede el 25 % de los núcleos de la muestra anterior.
$N_A = 6'02\cdot 10^{-23}$ mol^{-1}.

Datos:

$m = 239'05$ u
$T_{1/2} = 24200$ a
¿λ?
¿A?
$m = 1$ mg
¿t?
$N = 0'25\cdot N_0$
$N_A = 6'02\cdot 10^{23}$ mol^{-1}

Dibujo:



Principio físico: la radiactividad es la emisión natural o artificial de partículas y energía por parte de algunos núcleos inestables.

Método de resolución: usaremos la relación entre la constante de desintegración y el período de semidesintegración, calcularemos los núcleos iniciales con factores de conversión, usaremos la expresión de la actividad y la ley de desintegración radiactiva.

Resolución: * Constante de desintegración en a^{-1}: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} = \dfrac{\ln 2}{24200} = 2'86\cdot 10^{-5}$ a^{-1}

* Constante de desintegración en s^{-1}: $\lambda = 2'86\cdot 10^{-5}\ \text{a}^{-1}\cdot \dfrac{1\,a}{365\,d}\cdot\dfrac{1\,d}{24\,h}\cdot\dfrac{1\,h}{3600\,s} = \boxed{9'07\cdot 10^{-13}\ \text{s}^{-1}}$

* Número de núcleos iniciales:

$$N_0 = 1\ \text{mg}\cdot\frac{1\,g}{10^3\,mg}\cdot\frac{1\,mol}{239'05\,g}\cdot 6'02\cdot 10^{23}\,\frac{núcleos}{mol} = 2'52\cdot 10^{18}\ \text{núcleos}$$

* Actividad inicial de la muestra: $A_0 = \lambda\cdot N_0 = 9'07\cdot 10^{-13}\cdot 2'52\cdot 10^{18} = \boxed{2'29\cdot 10^{6}\ \text{Bq}}$

* Años que deben transcurrir: $N = N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t} \Rightarrow \dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda\cdot t} \Rightarrow \ln\dfrac{N}{N_0} = -\lambda\cdot t \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ln\frac{N_0}{N} = \lambda\cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda}\cdot\ln\frac{N_0}{N} = \frac{1}{2'86\cdot 10^{-5}}\cdot\ln\frac{N_0}{0'25\cdot N_0} = \boxed{4'85\cdot 10^{4}\ \text{a}}$$

Comentario: si un átomo de Pu tiene una masa de 239'05 u, un mol tendrá una masa de 239'05 g.

PROBLEMAS DE FÍSICA CUÁNTICA

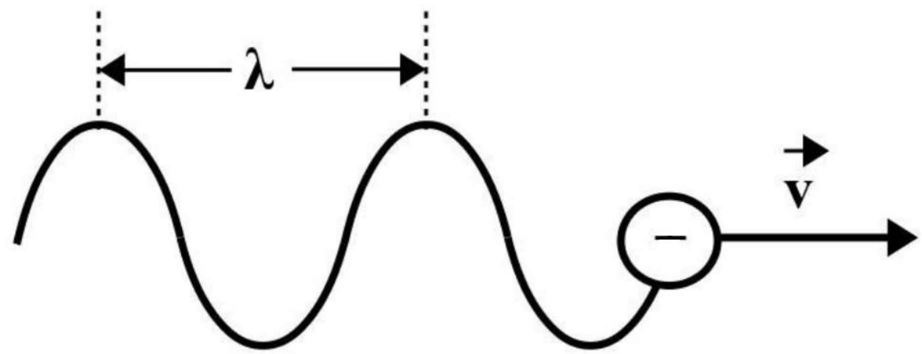
2025

1) Un microscopio electrónico utiliza electrones acelerados desde el reposo aplicando una diferencia de potencial de 5 kV. Determine razonadamente: i) su resolución, suponiendo que es igual a la longitud de onda de De Broglie de los electrones; ii) la velocidad que deberían tener los electrones si se desea que la longitud de onda asociada sea $1'25 \cdot 10^{-11}$ m. $h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Datos:

$v_0 = 0$
$V_A - V_B = 5000$ V
¿λ?
¿v?
$\lambda = 1'25 \cdot 10^{-11}$ m
$h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s
$e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C
$m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg

Dibujo:



Principio físico: principio de De Broglie: "Toda partícula en movimiento lleva asociada una onda". Principio de conservación de la energía mecánica: en sistemas en los que sólo hay fuerzas conservativas, se conserva la energía mecánica.

Método de resolución: usaremos la conservación de la energía mecánica y la expresión de la longitud de onda de De Broglie.

Resolución: * Velocidad adquirida:

$$-\Delta Ep = \Delta Ec \quad \Rightarrow \quad e \cdot (V_A - V_B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot (V_A - V_B)}{m} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot (V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 5000}{9'1 \cdot 10^{-31}}} = 4'19 \cdot 10^7 \ \frac{m}{s}$$

* Longitud de onda de De Broglie: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v} = \dfrac{6'63 \cdot 10^{-34}}{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 4'19 \cdot 10^7} = \boxed{1'74 \cdot 10^{-11} \text{ m}}$

* Velocidad solicitada:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 1'21 \cdot 10^{-11}} = \boxed{6'02 \cdot 10^7 \ \frac{m}{s}}$$

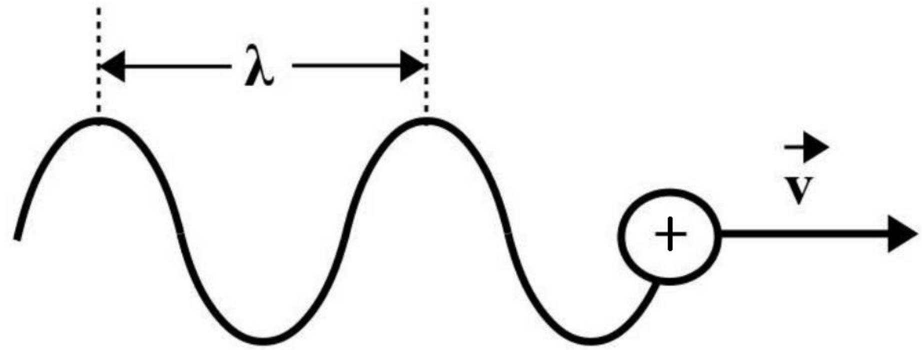
Comentario: al aumentar la velocidad, disminuye la longitud de onda.

2) Un protón y un electrón tienen la misma energía cinética de $7'2 \cdot 10^{-16}$ J. Calcule razonadamente: i) la longitud de onda de De Broglie de cada una de ellas; ii) la diferencia de potencial necesaria para detener cada una de ellas, justificando si el potencial debe aumentar o disminuir en cada caso.
$h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1'7 \cdot 10^{-27}$ kg.

Datos:

$Ec_e = Ec_p = 7'2 \cdot 10^{-16}$ J
¿λ_e, λ_p?
¿$V_A - V_B$?
$h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s
$e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C
$m_e = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg
$m_p = 1'7 \cdot 10^{-27}$ kg

Dibujo:



Principio físico: principio de De Broglie: "Toda partícula en movimiento lleva asociada una onda". Principio de conservación de la energía mecánica: en sistemas en los que sólo hay fuerzas conservativas, se conserva la energía mecánica.

Método de resolución: usaremos la conservación de la energía mecánica y la expresión de la longitud de onda de De Broglie.

Resolución: * Velocidad en función de Ec: $Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Ec}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}}$

* Velocidades de las partículas:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7'2 \cdot 10^{-16}}{9'1 \cdot 10^{-31}}} = 3'98 \cdot 10^7 \ \frac{m}{s} \ ; \ v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7'2 \cdot 10^{-16}}{1'7 \cdot 10^{-27}}} = 9'20 \cdot 10^5 \ \frac{m}{s}$$

* Longitudes de onda de las partículas: $\lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 3'98 \cdot 10^7} = \boxed{1'83 \cdot 10^{-11} \text{ m}}$

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{1'7 \cdot 10^{-27} \cdot 9'20 \cdot 10^5} = \boxed{4'24 \cdot 10^{-13} \text{ m}}$$

* Diferencia de potencial para el protón:

$$-\Delta Ep = \Delta Ec \quad \Rightarrow \quad e \cdot (V_A - V_B) = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v_p^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{m_p \cdot v_p^2}{2 \cdot e} = \frac{1'7 \cdot 10^{-27} \cdot (9'20 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19}} = \boxed{4497 \text{ V}}$$

* Diferencia de potencial para el electrón:

$$-\Delta Ep = \Delta Ec \quad \Rightarrow \quad -e\cdot(V_A - V_B) = \frac{1}{2}\cdot m_e \cdot v_e^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{m_e \cdot v_e^2}{2\cdot(-e)} = \frac{9'1\cdot 10^{-31}\cdot(3'98\cdot 10^{7})^2}{2\cdot(-1'6\cdot 10^{-19})} = \boxed{-4505\ \text{V}}$$

<u>Comentario</u>: como V_A es el potencial inicial y V_B el final, al ser $V_A - V_B$ positivo para el protón, el potencial disminuye. Al ser $V_A - V_B$ negativo para el electrón, el potencial aumenta.

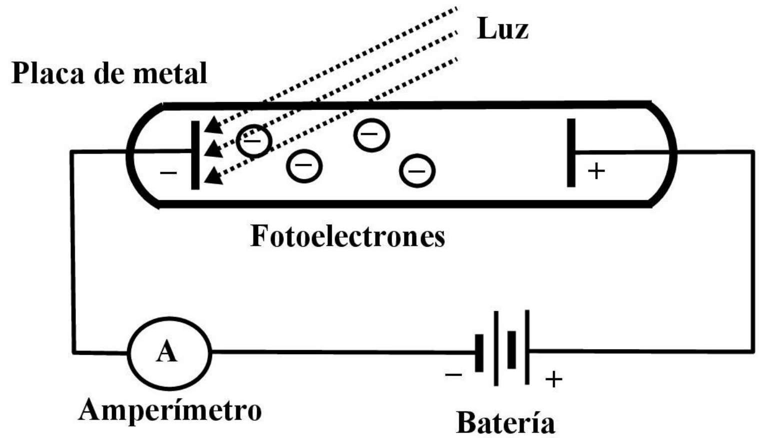
2024

3) Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2'5\cdot10^{15}$ Hz se emiten electrones cuyo potencial de frenado es de 7'20 V. A continuación, se ilumina con otra luz de longitud de onda $1'8\cdot10^{-7}$ m y el potencial disminuye a 3'75 V. Determine razonadamente: i) el valor de la constante de Planck; ii) el trabajo de extracción del metal. $c = 3\cdot10^8\ m\cdot s^{-1}$; $e = 1'6\cdot10^{-19}$ C.

Datos:

$f = 2'5\cdot10^{15}$ Hz
$V_{01} = 7'20$ V
$\lambda = 1'8\cdot10^{-7}$ m
$V_{02} = 3'75$ V
¿h?
¿$W_{extr.}$?
$c = 3\cdot10^8\ m\cdot s^{-1}$
$e = 1'6\cdot10^{-19}$ C

Dibujo:



Principio físico: el efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de fotoelectrones por parte de una lámina metálica cuando se la ilumina con luz de una frecuencia superior a la umbral.

Método de resolución: haremos un balance de energía en el efecto fotoeléctrico y escribiremos cada uno de sus términos en función de los datos suministrados.

Resolución: * Constante de Planck:

$E_{fotón} = W_{extr.} + Ec \quad \Rightarrow \quad h\cdot f = W_{extr.} + e\cdot V_{01} \quad \Rightarrow \quad h\cdot 2'5\cdot10^{15} = W_{extr.} + 1'6\cdot10^{-19}\cdot 7'20 \quad (1)$

$$\frac{h\cdot c}{\lambda} = W_{extr.} + e\cdot V_{02} \quad \Rightarrow \quad \frac{h\cdot 3\cdot10^8}{1'8\cdot10^{-7}} = W_{extr.} + 1'6\cdot10^{-19}\cdot 3'75 \quad (2)$$

Si a la ecuación (1) le restamos la (2):

$$h\cdot 2'5\cdot10^{15} - \frac{h\cdot 3\cdot10^8}{1'8\cdot10^{-7}} = 1'6\cdot10^{-19}\cdot 7'20 - 1'6\cdot10^{-19}\cdot 3'75 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad h\cdot(2'5\cdot10^{15} - 1'67\cdot10^{15}) = 1'6\cdot10^{-19}\cdot(7'20 - 3'75) \quad \Rightarrow \quad h\cdot 8'3\cdot10^{14} = 5'52\cdot10^{-19} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{5'52\cdot10^{-19}}{8'3\cdot10^{14}} = \boxed{6'65\cdot10^{-34}\ J\cdot s}$$

* Trabajo de extracción:

$$h\cdot 2'5\cdot10^{15} = W_{extr.} + 1'6\cdot10^{-19}\cdot 7'20 \quad \Rightarrow \quad W_{extr.} = 6'65\cdot10^{-34}\cdot 2'5\cdot10^{15} - 1'6\cdot10^{-19}\cdot 7'20 = \boxed{5'11\cdot10^{-19}\ J}$$

Comentario: el trabajo de extracción es una constante para cada metal.