BLOQUE 1: CAMPO GRAVITATORIO

FORMULARIO DE CAMPO GRAVITATORIO

* Ecuaciones del MRU:

– Velocidad, v: $v = \frac{e}{t} \quad \left(\frac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
e: espacio recorrido (m)
t: tiempo (s)

– Espacio, e: $e = v \cdot t \quad (m)$

– Tiempo, t: $t = \frac{e}{v} \quad (s)$

* Ecuaciones del MRUA y del movimiento desacelerado:

– Velocidad en función del tiempo, v: $v = v_0 \pm a \cdot t \quad \left(\frac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
v_0: velocidad inicial (m/s)
a: aceleración (m/s^2)
t: tiempo (s)

– Velocidad en función del espacio, v: $v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot e \quad \left(\frac{m}{s}\right)$

siendo: v: velocidad (m/s)
v_0: velocidad inicial (m/s)
a: aceleración (m/s^2)
e: espacio recorrido (m)

– Espacio, e: $e = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (m)$

siendo: e: espacio recorrido (m)
v_0: velocidad inicial (m/s)
t: tiempo (s)
a: aceleración (m/s^2)

* Conservación de la energía mecánica: $Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B$

siendo: Ec_A: energía cinética en el punto inicial (J)
Ep_A: energía potencial en el punto inicial (J)
Ec_B: energía cinética en el punto final (J)
Ep_B: energía potencial en el punto final (J)

* Conservación de la energía en sistemas con rozamiento: $Ec_A + Ep_A + W_{FNC} = Ec_B + Ep_B$

siendo: W_{FNC}: trabajo de las fuerzas no conservativas (J)

* Otras fórmulas:

- Fuerza de rozamiento, F_R: $F_R = \mu \cdot N$ (N)

siendo: F_R: fuerza de rozamiento (N)
μ: coeficiente de rozamiento (sin unidades)
N: normal (N)

- Aceleración normal o centrípeta, a_C: $a_C = \dfrac{v^2}{r}$ $\left(\dfrac{m}{s^2}\right)$

siendo: a_c: aceleración centrípeta o aceleración normal (m/s^2)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)

- Fuerza centrípeta, F_C: $F_C = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$ (N)

siendo: F_C: fuerza centrípeta (N)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)

- Trabajo, W: $W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$ (J)

siendo: W: trabajo (J)
F: fuerza (N)
e: espacio recorrido (m)
α: ángulo entre la fuerza F y el sentido de desplazamiento (grados)

- Energía cinética, Ec: $Ec = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (J)

siendo: Ec: energía cinética (J)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)

- Energía potencial gravitatoria, Ep: $Ep = m \cdot g \cdot h$ (J)

siendo: Ep: energía potencial gravitatoria (J)
m: masa (kg)
h: altura (m)

- Trabajo de rozamiento, W_R: $W_R = F_R \cdot e \cdot \cos 180^\circ = -F_R \cdot e$ (J)

siendo: W_R: trabajo de rozamiento (J)
F_R: fuerza de rozamiento (N)
e: espacio recorrido (m)

– Movimientos circulares: $\sum F = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$

siendo: F: fuerza (N)
m: masa (kg)
v: velocidad (m/s)
r: radio de la curva (m)

– Trabajo total, W_T: $W_T = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC} = \Delta Ec$ (J)

siendo: W_{FC}: trabajo de las fuerzas conservativas (J)
W_{FNC}: trabajo de las fuerzas no conservativas (J)
ΔEp: incremento de energía potencial (J)
ΔEc: incremento de energía cinética (J)

– Trabajo de las fuerzas no conservativas, W_{FNC}: $W_{FNC} = \Delta E_M$ (J)

siendo: ΔE_M: incremento de energía mecánica (J)

* Tercera ley de Kepler: $\dfrac{T^2}{r^3}$ = constante

siendo: T: período de revolución (s)
r: radio de giro (m)

* Ley de Newton de la gravitación universal: $F_G = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2}$ (N)

siendo: F_G: fuerza de la gravedad (N)
G: constante de gravitación universal = 6'67·10⁻¹¹ $\dfrac{N \cdot m^2}{kg^2}$
M, m: masas (kg)
r: distancia entre los centros de gravedad (m)

* Campo gravitatorio, g: $g = \dfrac{F_G}{m} = \dfrac{\dfrac{G \cdot M \cdot m}{r^2}}{m} = \dfrac{G \cdot M}{r^2} \quad \left(\dfrac{m}{s^2}\right)$

siendo: g: campo gravitatorio (m/s^2)
F_G: fuerza de la gravedad (N)
m: masa (kg)

* Energía potencial gravitatoria, Ep_G: $Ep_G = -\dfrac{G \cdot M \cdot m}{r}$ (J)

siendo: Ep_G: energía potencial gravitatoria (J)

* Potencial gravitatorio en un punto, V: $V = \frac{Ep_G}{m} = \frac{\frac{-G \cdot M \cdot m}{r}}{m} = -\frac{G \cdot M}{r} \quad \left(\frac{J}{kg}\right)$

siendo: V: potencial gravitatorio (J/kg)

* Principio de superposición:

– Para la fuerza: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ...$ (N)

siendo: F: fuerza total (N)
F_1, F_2, …: fuerzas parciales (N)

– Para el campo: $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + ... \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$

siendo: g: campo gravitatorio total (m/s^2)
g_1, g_2, g_3,...: campos gravitatorios parciales (m/s^2)

– Para la energía potencial: $Ep = Ep_1 + Ep_2 + Ep_3 + \ldots$ (J)

siendo: Ep: energía potencial gravitatoria total (J)
Ep_1, Ep_2, Ep_3,...: energías potenciales gravitatorias (J)

– Para el potencial: $V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots \quad \left(\frac{J}{kg}\right)$

siendo: V: potencial gravitatorio total (J/kg)

* Energía mecánica de un satélite o planeta, E_M : $E_M = Ec + Ep = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$ (J)

siendo: E_M: energía mecánica del satélite (J)
Ec: energía cinética del satélite (J)
Ep: energía potencial gravitatoria del satélite (J)

* Fuerza centrípeta, F_C : $F_C = \frac{m \cdot v^2}{r}$ (N)

siendo: F_C: fuerza centrípeta (N)

* Velocidad orbital, $v_{orb.}$: $F_G = F_C$; $\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow v_{orb.} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \left(\frac{m}{s}\right)$

siendo: F_G: fuerza de la gravedad (N)
F_C: fuerza centrípeta (N)
$v_{orb.}$: velocidad orbital (m/s)

* Velocidad de escape, v_e :

$$Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - \frac{G \cdot M_P \cdot m}{R_P} = 0 + 0 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_P}{R_P}} \qquad \left(\frac{m}{s}\right)$$

siendo:

v_e: velocidad de escape (m/s)
R_T: radio del planeta (m)
M_T: masa del planeta (kg)

PROBLEMAS DE CAMPO GRAVITATORIO

1) Eris es un planeta enano del sistema solar descubierto en enero de 2005 por un equipo del observatorio del Monte Palomar dirigido por Michael E. Brown. Es el objeto transneptuniano más masivo, el segundo más grande después de Plutón, y el cuerpo más grande del sistema solar que no ha sido visitado por una sonda espacial. Tiene un diametro de 2330 km, ligeramente inferior al de Plutón, y su densidad es de 2'5 $g \cdot cm^{-3}$. La órbita de Eris es muy excéntrica; actualmente el planeta se encuentra a su máxima distancia del Sol (afelio), a $1'45 \cdot 10^{13}$ m, llegando a situarse a $5'24 \cdot 10^{12}$ m del Sol durante su perihelio.

a) Calcule la masa del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

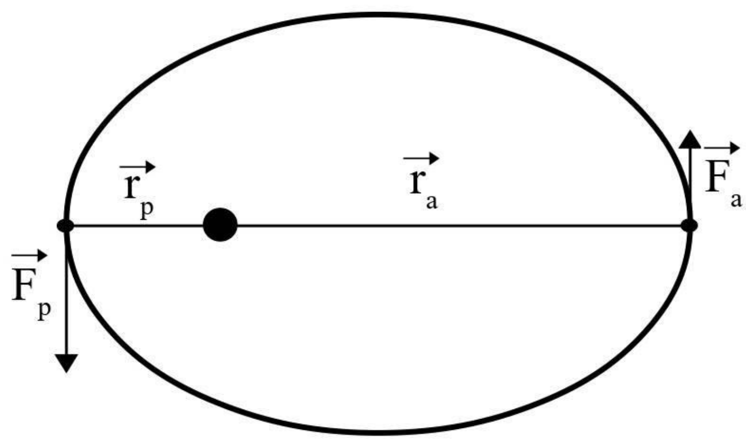
b) Sabiendo que la energía mecánica de un objeto de masa m_1 que orbita alrededor de un objeto de masa m_2 con una órbita elíptica de semieje mayor a es $E_{mec.} = -\dfrac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{2 \cdot a}$, donde G es la constante de la gravitación universal, halle la energía mecánica de Eris y calcule la velocidad orbital que tendrá en el perihelio.

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$; Masa del Sol, $M_{Sol} = 1'99 \cdot 10^{30}$ kg.

Datos:

$D_P = 2'330 \cdot 10^6$ m
$d_P = 2500\ kg/m^3$
$r_a = 1'45 \cdot 10^{13}$ m
$r_p = 5'24 \cdot 10^{12}$ m
¿M_P, g?
¿E_M?
¿v_P?
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
$M_{sol} = 1'99 \cdot 10^{30}$ kg

Dibujo:



Principio físico: un satélite se mantiene en órbita por un equilibrio entre la inercia y la atracción gravitatoria.

Resolución: i) Calculamos el radio a partir del diámetro: $R_P = \dfrac{D_P}{2} = \dfrac{2'330 \cdot 10^6}{2} = 1'17 \cdot 10^6$ m

ii) Suponiendo el planeta esférico: $V_P = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot R_P^3}{3} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot (1'17 \cdot 10^6)^3}{3} = 6'71 \cdot 10^{18}\ m^3$

iii) A partir de la densidad, calculamos la masa del palneta:

$$d_P = \frac{M_P}{V_P} \Rightarrow M_P = d_P \cdot V_P = 2500 \cdot 6'71 \cdot 10^{18} = \boxed{1'68 \cdot 10^{22}\ kg}$$

iv) La aceleración de la gravedad en la superficie se obtiene a partir de la expresión del campo gravitatorio:

$$g_P = \frac{G \cdot M_P}{R_P^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'68 \cdot 10^{22}}{\left(1'17 \cdot 10^{6}\right)^2} = \boxed{0'819 \ \frac{m}{s^2}}$$

v) El semieje mayor es la mitad de la suma de las dos distancias suministradas:

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} = \frac{1'45 \cdot 10^{13} + 5'24 \cdot 10^{12}}{2} = 9'87 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

vi) La energía mecánica se obtiene a partir de la fórmula suministrada:

$$E_M = -\frac{G \cdot M_{Sol} \cdot M_P}{2 \cdot a} = -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'99 \cdot 10^{30} \cdot 1'68 \cdot 10^{22}}{2 \cdot 9'87 \cdot 10^{12}} = \boxed{-1'13 \cdot 10^{29} \text{ J}}$$

vii) La energía cinética se obtiene a partir de la energía mecánica:

$$E_M = Ec + Ep = Ec - \frac{G \cdot M_{Sol} \cdot M_P}{r_p} \Rightarrow Ec = E_M + \frac{G \cdot M_{Sol} \cdot M_P}{r_p} =$$

$$= -1'13 \cdot 10^{29} + \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'99 \cdot 10^{30} \cdot 1'68 \cdot 10^{22}}{5'24 \cdot 10^{12}} = 3'13 \cdot 10^{29} \text{ J}$$

viii) La velocidad en el perihelio se obtiene a partir de la energía cinética:

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot M_P \cdot v_p^2 \Rightarrow v_p^2 = \frac{2 \cdot Ec}{M_P} \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{M_P}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3'13 \cdot 10^{29}}{1'68 \cdot 10^{22}}} = \boxed{6104 \ \frac{m}{s}}$$

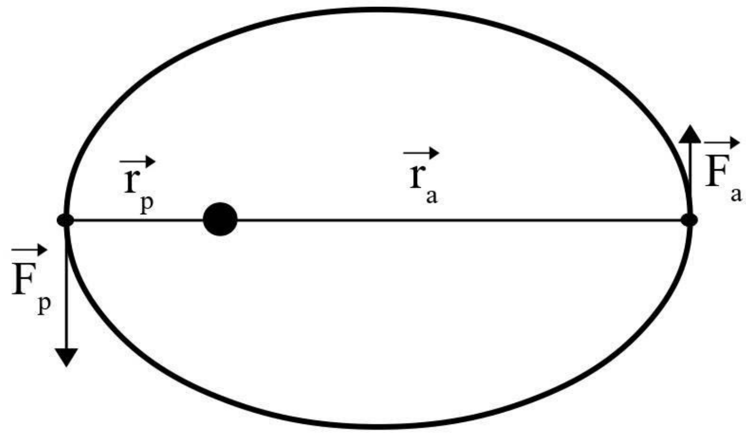
<u>Comentario</u>: como sólo hay fuerzas conservativas en el sistema, la energía mecánica se conserva.

2) Un satélite de masa 300 kg describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. En el punto más cercano de su trayectoria el satélite dista 7000 km de la superficie de la Tierra y lleva una velocidad de 6000 $m \cdot s^{-1}$, con lo que el satélite tiene un período de 6'07 horas, calcule:
a) La energía del satélite y su momento angular.
b) La máxima distancia entre el satélite y la Tierra y su velocidad en dicho punto.
c) El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite pasa del apogeo al perigeo.
Datos: C*onstante de la Gravitación Universal,* $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$*; Masa de la Tierra,* $M_T = 5'97 \cdot 10^{24}$ *kg;*
Radio de la Tierra, $R_T = 6'37 \cdot 10^6$ *m.*

Datos:

m = 300 kg
$h_p = 7 \cdot 10^6$ m
$v_p = 6000$ m/s
T = 6'07 h = $2'19 \cdot 10^4$ s
¿E_M, L?
¿r_a, v_a?
¿W?
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
$M_T = 5'97 \cdot 10^{24}$ kg
$R_T = 6'37 \cdot 10^6$ m

Dibujo:



Principio físico: un satélite se mantiene en órbita por un equilibrio entre la inercia y la atracción gravitatoria.

Resolución: i) La distancia al perigeo sería: $r_p = R_T + h_p = 6'37 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^6 = 1'34 \cdot 10^7$ m

ii) La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial:

$$E_M = Ec + Ep = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_p^2 - \frac{G \cdot M_T \cdot m}{r_p} = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 6000^2 - \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24} \cdot 300}{1'34 \cdot 10^7} =$$

$$= 5'40 \cdot 10^9 - 8'91 \cdot 10^9 = \boxed{-3'51 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

iii) Según la definición de momento angular:

$$L = r_p \cdot m \cdot v_p \cdot \text{sen } \alpha = 1'34 \cdot 10^7 \cdot 300 \cdot 6000 \cdot \text{sen } 90º = \boxed{2'41 \cdot 10^{13}\ \frac{kg \cdot m^2}{s}}$$

iv) A partir de la tercera ley de Kepler, calculamos el semieje mayor:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a^3}{G \cdot M_T} \quad \Rightarrow \quad a^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(2'19 \cdot 10^4)^2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24}}{4 \cdot \pi^2}} = 1'69 \cdot 10^7 \text{ m}$$

v) De aquí obtenemos la distancia al afelio:

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} \quad \Rightarrow \quad r_a = 2 \cdot a - r_p = 2 \cdot 1'69 \cdot 10^7 - 1'34 \cdot 10^7 = \boxed{2'04 \cdot 10^7 \text{ m}}$$

vi) De la conservación del momento angular obtenemos la velocidad en el afelio:

$$L_a = L_p = \text{constante},\ L_a = r_a \cdot m \cdot v_a \quad \Rightarrow \quad v_a = \frac{L_a}{r_a \cdot m} = \frac{2'41 \cdot 10^{13}}{2'04 \cdot 10^7 \cdot 300} = \boxed{3938 \ \frac{m}{s}}$$

vii) El trabajo de las fuerzas conservativas está relacionado con la energía potencial:

$$W_{ap} = -\Delta Ep = Ep_a - Ep_p = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{r_a} + \frac{G \cdot M_T \cdot m}{r_p} = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a} \right) =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24} \cdot 300 \cdot \left(\frac{1}{1'34 \cdot 10^7} - \frac{1}{2'04 \cdot 10^7} \right) = \boxed{3'06 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

<u>Comentario</u>: el momento angular y la energía mecánica se conservan en toda la trayectoria.

<u>Aclaración</u>: en el problema original, hay un error en el enunciado: el período era de 3'43 h y no de 6'07 h. Un período de 3'43 h es incompatible con los demás datos del problema y daría una velocidad en el afelio mayor que en el perihelio, lo cual es imposible.

3) Dos partículas puntuales A y B con masas m_A = 5 kg y m_B = 20 kg se encuentran situadas en el origen de coordenadas y en el punto (6,0) m respectivamente. Si ambas partículas están en reposo, determine:

a) El campo gravitatorio en el punto (1,0) m debido a las partículas A y B.

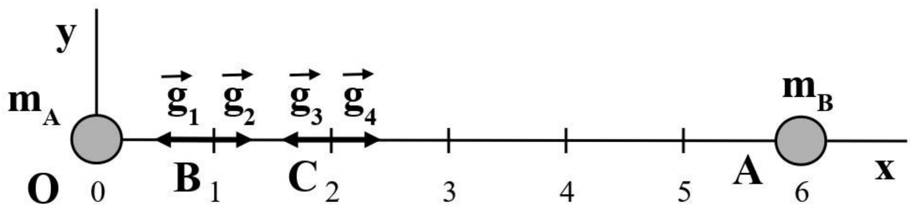
b) El punto de equilibrio situado entre las partículas A y B.

c) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para desplazar una partícula de 100 g de masa desde el punto (1,0) m hasta el punto (2,0) m.

Dato: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

Datos:
m_A = 5 kg
m_B = 20 kg
O(0,0) m
A(6,0) m
¿g?
B(1,0) m
¿W_{BD}?
m_C = 0'1 kg
D(2,0) m
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

Dibujo:



Principio físico: el campo gravitatorio es la perturbación del espacio provocada por una masa.

Resolución: i) Calculamos los módulos de los campos gravitatotios en el punto B:

$$g_1 = \frac{G \cdot m_A}{r_{OB}^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5}{1^2} = 3'34 \cdot 10^{-10}\ \frac{m}{s^2}$$

$$g_2 = \frac{G \cdot m_B}{r_{AB}^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 20}{5^2} = 5'34 \cdot 10^{-11}\ \frac{m}{s^2}$$

ii) Y en forma de vectores: $\vec{g}_1 = -3'34 \cdot 10^{-10} \cdot \vec{i}\ \frac{m}{s^2}$; $\vec{g}_2 = +5'34 \cdot 10^{-11} \cdot \vec{i}\ \frac{m}{s^2}$

iii) Aplicando el principio de superposición: $\vec{g}_T = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \boxed{-2'81 \cdot 10^{-10} \cdot \vec{i}\ \frac{m}{s^2}}$

iv) En el punto de equilibrio se cumple que: $\vec{g}_T = \vec{g}_3 + \vec{g}_4 = 0 \Rightarrow \vec{g}_3 = -\vec{g}_4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow g_3 = g_4 \Rightarrow \frac{G \cdot m_A}{r_{OC}^2} = \frac{G \cdot m_B}{r_{AC}^2} \Rightarrow \frac{m_A}{r_{OC}^2} = \frac{m_B}{(r_{OA} - r_{OC})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_{OA} - r_{OC}}{r_{OC}}\right)^2 = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{r_{OA} - r_{OC}}{r_{OC}} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} \Rightarrow \frac{r_{OA}}{r_{OC}} - 1 = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_{OA}}{r_{OC}} = 1 + \sqrt{\frac{m_B}{m_A}} \Rightarrow r_{OC} = \frac{r_{OA}}{1 + \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}} = \frac{6}{1 + \sqrt{\frac{20}{5}}} = 2\ m$$

Es decir, en el punto: $\boxed{C(2,0)\ m}$

v) El trabajo está relacionado con la energía potencial: $W_{BD} = -\Delta Ep = Ep_B - Ep_D$

vi) Calculamos las energías potenciales aplicando el principio de superposición:

$$Ep_B = Ep_{B1} + Ep_{B2} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_C}{r_{OB}} - \frac{G \cdot m_B \cdot m_C}{r_{AB}} =$$

$$= -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 0'1}{1} - \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 20 \cdot 0'1}{5} = -3'34 \cdot 10^{-11} - 2'67 \cdot 10^{-11} = -6'01 \cdot 10^{-11}\ J$$

$$Ep_D = Ep_{D1} + Ep_{D2} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_C}{r_{OD}} - \frac{G \cdot m_B \cdot m_C}{r_{AD}} =$$

$$= -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 0'1}{2} - \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 20 \cdot 0'1}{4} = -1'67 \cdot 10^{-11} - 3'34 \cdot 10^{-11} = -5'01 \cdot 10^{-11}\ J$$

vii) Y el trabajo correspondiente:

$$W_{BD} = -\Delta Ep = Ep_B - Ep_D = -6'01 \cdot 10^{-11} + 5'01 \cdot 10^{-11} = \boxed{-10^{-11}\ J}$$

Comentario: el signo negativo del trabajo indica que el proceso es no espontáneo, es decir, se necesita una fuerza externa no conservativa para llevarlo a cabo.

PROBLEMAS DE CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

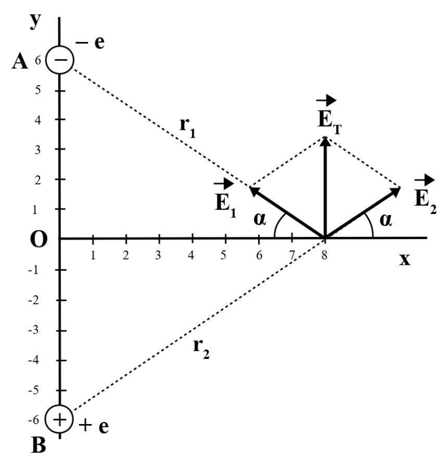
2025

1) Un electrón de carga −e y un positrón de carga +e se encuentran inicialmente fijos en el plano xy en las posiciones (0,6) nm y (0,-6) nm, respectivamente.
a) Obtenga el campo eléctrico en el punto (8,0) nm debido a ambas partículas.
b) Si al positrón se le imprime una velocidad de $-1'5\cdot 10^5\cdot\vec{j}$ (m/s), permaneciendo fijo el electrón, determine la máxima distancia de alejamiento entre ambas partículas.
Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$;
Valor absoluto de la carga del electrón y del positrón, e = 1'6 · 10−19 C;
Masa del electrón y del positrón, $m_e = 9'1\cdot 10^{-31}$ kg.

Datos:

$A(0,6\cdot 10^{-9})$ m
$B(0,-6\cdot 10^{-9})$ m
¿E?
$C(8\cdot 10^{-9},0)$ m
$\vec{v} = -1'5\cdot 10^5\cdot\vec{j}$ (m/s)
¿d?
$K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$
$e = 1'6\cdot 10^{-19}$ C
$m = 9'1\cdot 10^{-31}$ kg

Dibujo:



Principio físico: el campo eléctrico es la perturbación del espacio provocada por una o varias cargas eléctricas. Conservación de la energía mecánica: en un sistema en el que sólo hay fuerzas conservativas, la energía mecánica total permanece constante.

Resolución: i) Las distancias son: $r_1 = r_2 = \sqrt{(8\cdot 10^{-9})^2+(6\cdot 10^{-9})^2} = 10^{-8}$ m

ii) Obtenemos los módulos de los campos eléctricos:

$$E_1 = E_2 = \frac{K\cdot e}{r_1^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1'6\cdot 10^{-19}}{(10^{-8})^2} = 1'44\cdot 10^7\ \frac{N}{C}$$

iii) Los ponemos en forma de vectores:

$$\vec{E}_1 = -E_1\cdot\cos\alpha\cdot\vec{i}+E_1\cdot sen\,\alpha\cdot\vec{j} = -1'44\cdot 10^7\cdot\frac{8\cdot 10^{-9}}{10^{-8}}\cdot\vec{i}+1'44\cdot 10^7\cdot\frac{6\cdot 10^{-9}}{10^{-8}}\cdot\vec{j} =$$
$$= -1'15\cdot 10^7\cdot\vec{i}+8'64\cdot 10^6\cdot\vec{j}\quad\frac{N}{C}$$
$$\vec{E}_2 = +E_2\cdot\cos\alpha\cdot\vec{i}+E_2\cdot sen\,\alpha\cdot\vec{j} = +1'44\cdot 10^7\cdot\frac{8\cdot 10^{-9}}{10^{-8}}\cdot\vec{i}+1'44\cdot 10^7\cdot\frac{6\cdot 10^{-9}}{10^{-8}}\cdot\vec{j} =$$
$$= +1'15\cdot 10^7\cdot\vec{i}+8'64\cdot 10^6\cdot\vec{j}\quad\frac{N}{C}$$

iv) Aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 \cdot 8'64 \cdot 10^6 \cdot \vec{j} = \boxed{1'73 \cdot 10^7 \cdot \vec{j} \quad \frac{N}{C}}$$

v) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica: $Ec_i + Ep_i = Ec_f + Ep_f$

vi) Calculemos las distintas energías:

$$Ec_i = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot (1'5 \cdot 10^5)^2 = 1'02 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$Ep_i = \frac{K \cdot e \cdot (-e)}{r_{AB}} = -\frac{K \cdot e^2}{r_{AB}} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1'6 \cdot 10^{-19})^2}{12 \cdot 10^{-9}} = -1'92 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$Ec_f = 0$$

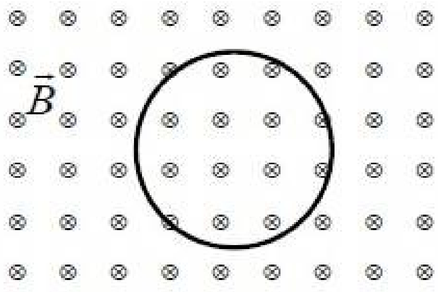
$$Ep_f = \frac{K \cdot e \cdot (-e)}{r} = -\frac{K \cdot e^2}{r} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1'6 \cdot 10^{-19})^2}{r} = -\frac{2'30 \cdot 10^{-28}}{r} \text{ J}$$

vii) Y resolvamos la ecuación:

$$1'02 \cdot 10^{-20} - 1'92 \cdot 10^{-20} = -\frac{2'30 \cdot 10^{-28}}{r} \Rightarrow -9 \cdot 10^{-21} = -\frac{2'30 \cdot 10^{-28}}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = -\frac{2'30 \cdot 10^{-28}}{-9 \cdot 10^{-21}} = \boxed{2'56 \cdot 10^{-8} \text{ m}}$$

<u>Comentario</u>: al electrón se le ha imprimido una velocidad instantánea hacia arriba. La energía cinética final vale cero porque llega un momento en que el electrón se para ya que la fuerza electrostática va en sentido contrario al movimiento del electrón y, por consiguiente, lo va frenando.



2) Una espira conductora circular de radio 20 cm se encuentra en el seno de un campo magnético homogéneo perpendicular al plano de la espira (ver figura). Si la espira tiene una resistencia de 40 Ω, calcule la máxima intensidad de corriente que circulará por la espira en los siguientes casos:

a) El módulo del campo magnético es constante de valor B = 150 mT, y la espira gira en torno a uno de sus diámetros con una velocidad angular de 50 $rad \cdot s^{-1}$.

b) La espira se encuentra fija, y el módulo del campo magnético varía con el tiempo conforme a $B = B_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t)$, con B_0 = 200 mT y ω = 75 $rad \cdot s^{-1}$.

Datos:

r = 0'20 m

R = 40 Ω

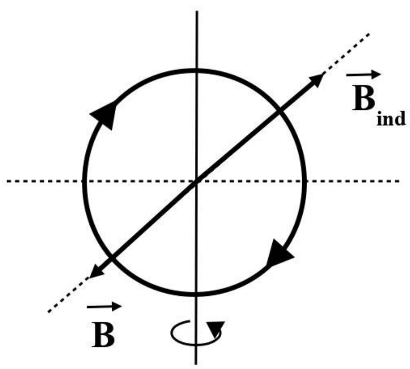
¿$I_{máx.}$?

B = 0'150 T

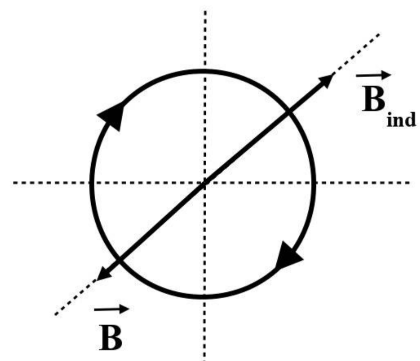
ω = 50 rad/s

B = 0'2·sen (75·t) (T)

Dibujo: caso a)



Caso b)



Principio físico: inducción electromagnética, ley de Faraday-Lenz: cuando un circuito es atravesado por un flujo magnético variable, se induce en el circuito una corriente eléctrica en un sentido tal que se opone a la variación del flujo.

Resolución: i) El flujo magnético que atraviesa la espira en el caso a) es:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) = 0'150 \cdot \pi \cdot 0'20^2 \cdot \cos(50 \cdot t) = 0'0188 \cdot \cos(50 \cdot t) \ \ (Wb)$$

ii) La fuerza electromotriz inducida se obtiene por la ley de Farady-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 0'0188 \cdot 50 \cdot sen\,(50 \cdot t) = 0'94 \cdot sen\,(50 \cdot t) \ \ (V)$$

iii) El valor máximo de la f.e.m. ocurre para seno = 1: $\varepsilon_{máx.} = 0'94$ V

iv) Y según la ley de Ohm: $\varepsilon_{máx.} = I_{máx.} \cdot R \Rightarrow I_{máx.} = \frac{\epsilon_{máx.}}{R} = \frac{0'94}{40} = \boxed{0'0235\ A}$

v) En el caso b), el flujo sería:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 \cdot sen\,(\omega \cdot t) \cdot \pi \cdot R^2 = 0'2 \cdot sen\,(75 \cdot t) \cdot \pi \cdot 0'20^2 = 0'0251 \cdot sen\,(75 \cdot t) \ \ (Wb)$$

vi) La fuerza electromotriz inducida se obtiene por la ley de Farady-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\,\Phi}{dt} = -\,0'0251 \cdot 75 \cdot \cos(75 \cdot t) = -\,1'88 \cdot \cos(75 \cdot t) \ \ (V)$$

iii) El valor máximo de la f.e.m. ocurre para coseno = – 1: $\varepsilon_{máx.} = 1'88$ V

iv) Y según la ley de Ohm: $\varepsilon_{máx.} = I_{máx.} \cdot R \quad \Rightarrow \quad I_{máx.} = \frac{\epsilon_{máx.}}{R} = \frac{1'88}{40} = \boxed{0'047 \text{ A}}$

<u>Comentario</u>: para que haya una f.e.m. inducida tiene que haber un cambio en B, en S o en α. La corriente va cambiando de sentido con el tiempo.

3) Sean dos cargas puntuales fijas $q_1 = 1\ \mu C$ y q_2 de valor desconocido situadas en los puntos (-2,0) m y (4,0) m, respectivamente.

a) Determine el valor de la carga q_2 sabiendo que el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto (0,2) m únicamente tiene componente según el eje x.

b) Calcule el campo eléctrico total en el punto (0,2) m.

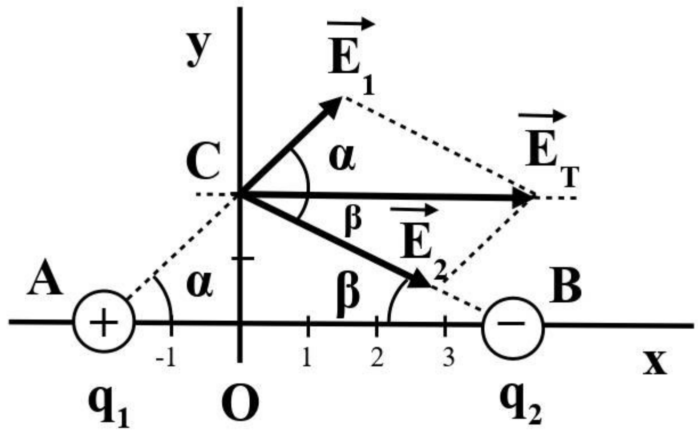
c) Si la carga q_2 se deja libre, calcule la velocidad que llevará cuando pase por el origen de coordenadas, si su masa es de 1 g.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$.

Datos:

$q_1 = 10^{-6}$ C
A(-2,0) m
B(4,0) m
¿q_2?
C(0,2) m
¿E?
¿v?
$m = 10^{-3}$ kg
$K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$

Dibujo:



Principio físico: el campo eléctrico es la perturbación del espacio provocada por una o varias cargas eléctricas. Conservación de la energía mecánica: en un sistema en el que sólo hay fuerzas conservativas, la energía mecánica total permanece constante.

Resolución: i) Las distancias son: $r_{AC} = \sqrt{2^2+2^2} = 2'83$ m ; $r_{BC} = \sqrt{4^2+2^2} = 4'47$ m

ii) Obtenemos los módulos de los campos eléctricos:

$$E_1 = \frac{K\cdot q_1}{r_{AC}^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 10^{-6}}{2'83^2} = 1124\ \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{K\cdot q_2}{r_{BC}^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot q_2}{4'47^2} = 4'50\cdot 10^8\cdot q_2\ \frac{N}{C}$$

iii) Los ponemos en forma de vectores:

$$\vec{E}_1 = +E_1\cdot\cos\alpha\cdot\vec{i} + E_1\cdot sen\,\alpha\cdot\vec{j} = +1124\cdot\cos 45^\circ\cdot\vec{i} + 1124\cdot sen\,45^\circ\cdot\vec{j} =$$

$$= 795\cdot\vec{i} + 795\cdot\vec{j}\ \ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = +E_2\cdot\cos\beta\cdot\vec{i} - E_2\cdot sen\,\beta\cdot\vec{j} = 4'50\cdot 10^8\cdot q_2\cdot\frac{4}{4'47}\cdot\vec{i} - 4'50\cdot 10^8\cdot q_2\cdot\frac{2}{4'47}\cdot\vec{j} =$$

$$= 4'03\cdot 10^8\cdot q_2\cdot\vec{i} - 2'01\cdot 10^8\cdot q_2\cdot\vec{j}\ \ \frac{N}{C}$$

iv) Como en el punto C(0,2) m sólo existe componente x:

$$\vec{E}_{1y}+\vec{E}_{2y} = 0 \quad \Rightarrow \quad |E_{1y}| = |E_{2y}| \quad \Rightarrow \quad 795 = 2'01\cdot10^8\cdot|q_2| \quad \Rightarrow \quad |q_2| = \frac{795}{2'01\cdot10^8} =$$

$= 3'96\cdot10^{-6}$ C

v) Para que el campo $\vec{E}_2$ tenga el sentido de la figura, la carga q_2 debe ser negativa:

$$\boxed{q_2 = -\,3'96\cdot10^{-6}\ \text{C}}$$

vi) Obtenemos $\vec{E}_2$ sustituyendo q_2 en valor absoluto:

$$\vec{E}_2 = 4'03\cdot10^8\cdot q_2\cdot\vec{i} - 2'01\cdot10^8\cdot q_2\cdot\vec{j} = 4'03\cdot10^8\cdot3'96\cdot10^{-6}\cdot\vec{i} - 2'01\cdot10^8\cdot3'96\cdot10^{-6}\cdot\vec{j} =$$

$$= 1596\cdot\vec{i} - 795\cdot\vec{j} \quad \frac{N}{C}$$

vii) Aplicando el principio de superposición:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = 795\cdot\vec{i}+795\cdot\vec{j}+1596\cdot\vec{i}-795\cdot\vec{j} = \boxed{2391\cdot\vec{i} \quad \frac{N}{C}}$$

viii) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica: $Ec_i + Ep_i = Ec_f + Ep_f$

ix) Calculamos las energías: $Ec_i = 0$

$$Ep_i = \frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r_{AB}} = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-6}\cdot(-3'96\cdot10^{-6})}{6} = -\,5'94\cdot10^{-3}\ \text{J}$$

$$Ep_f = \frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r_{OA}} = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-6}\cdot(-3'96\cdot10^{-6})}{2} = -\,0'0178\ \text{J}$$

x) Y, a partir de la energía cinética final, obtenemos la velocidad:

$$Ec_f = Ec_i + Ep_i - Ep_f = 0 - 5'94\cdot10^{-3} + 0'0178 = 0'0119\ \text{J}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2\cdot Ec_f}{m} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec_f}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot0'0119}{10^{-3}}} = \boxed{4'88 \ \frac{m}{s}}$$

Comentario: las cargas tienden a acercarse espontáneamente porque son de signos opuestos.

PROBLEMAS DE VIBRACIONES Y ONDAS

2025

1) Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sonar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A.

a) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena.

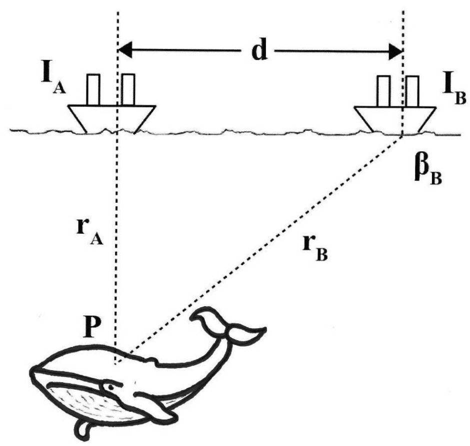
b) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de 3 $\mu W \cdot m^{-2}$, calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} W \cdot m^{-2}$.

Datos:

$f = 60$ Hz
$\lambda = 25$ m
$t = 0'080$ s
$d = 300$ m
¿r_A?
$I_A = 3 \cdot 10^{-6}$ W/m^2
¿P?
¿β_B?
$I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W/m^2

Dibujo:



Principio físico: el sonido es una onda material, es decir, que se transmite por un medio físico. En el aire se transmite a base de compresiones y rarefacciones. Presenta los fenómenos de interferencia (la superposición de ondas da lugar a otra) y de amortiguamiento (la intensidad disminuye con la distancia al foco emisor).

Resolución: i) Calculemos la velocidad de propagación de la señal de la ballena en el agua:

$$v_p = \lambda \cdot f = 25 \cdot 60 = 1500 \ \frac{m}{s}$$

ii) Como se trata de un movimiento rectilíneo uniforme:

$$v_p = \frac{r_A}{t} \quad \Rightarrow \quad r_A = v_p \cdot t = 1500 \cdot 0'080 = \boxed{120 \text{ m}}$$

iii) La potencia del sonido está relacionada con la intensidad sonora:

$$I_A = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_A^2} \quad \Rightarrow \quad P = 4 \cdot \pi \cdot r_A^2 \cdot I_A = 4 \cdot \pi \cdot 120^2 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = \boxed{0'543 \text{ W}}$$

iv) La distancia entre la ballena y el barco B es: $r_B = \sqrt{120^2 + 300^2} = 323$ m

v) La intensidad sonora para el barco B sería: $I_B = \dfrac{P}{4 \cdot \pi \cdot r_B^2} = \dfrac{0'543}{4 \cdot \pi \cdot 323^2} = 4'14 \cdot 10^{-7} \ \dfrac{W}{m^2}$

vi) Y el nivel de intensidad sonora correspondiente se calcula así:

$$\beta_B = 10 \cdot \log \frac{I_B}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{4'14 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-12}} = \boxed{56'2 \text{ dB}}$$

<u>Comentario</u>: la potencia, P, de la fuente sonora es una constante, pero la intensidad sonora, I, y el nivel de intensidad sonora, β, dependen de la distancia.

2) A 1500 m de la casa de Juan hay una mina a cielo abierto donde se utilizan explosiones para extraer mármol. Con la ayuda de un sonómetro Juan mide el nivel de intensidad sonora de una de estas explosiones, arrojando una lectura de 20 dB. Si consideramos que todas las explosiones son idénticas, determine:

a) La potencia de dichas explosiones.

b) Si el micrófono del sonómetro encargado de medir la onda sonora tiene una superficie de 2 cm^2, calcule la potencia que ha detectado el micrófono.

La normativa legal impide que se sobrepasen los 55 dB en las poblaciones urbanas. Sabiendo que la casa más cercana al punto donde se están generando las explosiones está a 50 metros,

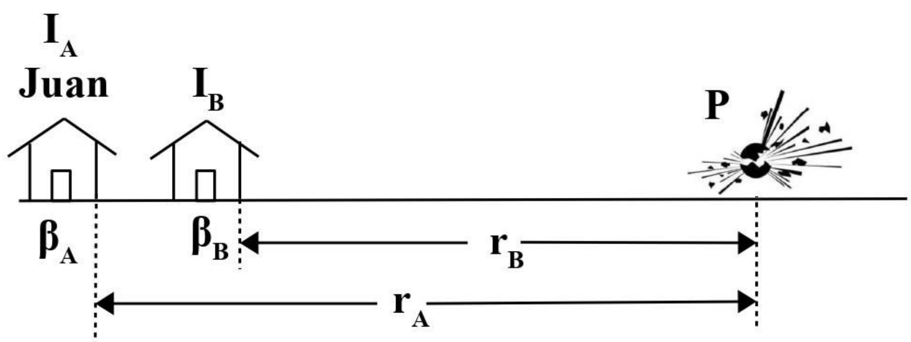
c) Calcule el número máximo de explosiones que podrían producirse simultáneamente sin sobrepasar el límite legal.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} W \cdot m^{-2}$.

Datos:

$r_A = 1500$ m
$\beta_A = 20$ dB
¿P?
$S = 2 \cdot 10^{-4}$ m^2
¿I?
$\beta_B = 55$ dB
$r_B = 50$ m
¿N?
$I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W/m^2

Dibujo:



Principio físico: el sonido es una onda material, es decir, que se transmite por un medio físico. En el aire se transmite a base de compresiones y rarefacciones. Presenta los fenómenos de interferencia (la superposición de ondas da lugar a otra) y de amortiguamiento (la intensidad disminuye con la distancia al foco emisor).

Resolución: i) La intensidad sonora que llega a la casa de Juan es:

$$\beta_A = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta_A}{10} = \log \frac{I_A}{I_0} \Rightarrow \frac{I_A}{I_0} = 10^{\beta A/10} \Rightarrow I_A = I_0 \cdot 10^{\beta A/10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_A = 1 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{20/10} = 10^{-10} \frac{W}{m^2}$$

ii) Que está relacionada con la potencia de las explosiones de esta forma:

$$P = 4 \cdot \pi \cdot r_A^2 \cdot I_A = 4 \cdot \pi \cdot 1500^2 \cdot 10^{-10} = \boxed{2'83 \cdot 10^{-3} \text{ W}}$$

iii) La potencia detectada por el micrófono sería: $P_A = I_A \cdot S = 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = \boxed{2 \cdot 10^{-14} \text{ W}}$

iv) La intensidad sonora máxima que podría llegar a la casa más cercana sería:

$$I_B = I_0 \cdot 10^{\beta B/10} = 1 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{55/10} = 10^{-12} \cdot 10^{5'5} = 10^{-6'5} = 3'16 \cdot 10^{-7} \frac{W}{m^2}$$

v) La potencia total correspondiente sería: $P_T = 4 \cdot \pi \cdot r_B^2 \cdot I_B = 4 \cdot \pi \cdot 50^2 \cdot 3'16 \cdot 10^{-7} = 9'93 \cdot 10^{-3}$ W

vi) Las explosiones simultáneas provocan una potencia total así:

$$P_T = N \cdot P \quad \Rightarrow \quad N = \frac{P_T}{P} = \frac{9'93 \cdot 10^{-3}}{2'83 \cdot 10^{-3}} = 3'51$$

vii) Para no sobrepasar el límite permitido, el número de explosiones simultáneas debe aproximarse al entero inferior al número anterior, es decir:

$$\boxed{N = 3 \text{ explosiones}}$$

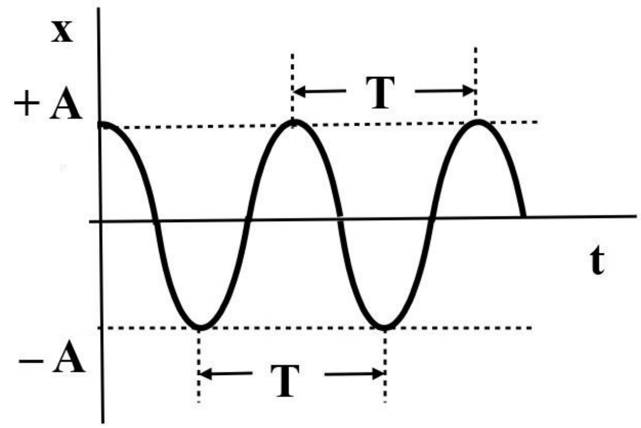
Comentario: la potencia, P, de la fuente sonora es una constante, pero la intensidad sonora, I, y el nivel de intensidad sonora, β, dependen de la distancia.

3) Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energia cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0'02 J.
a) Determine la constante elástica del muelle, k.
b) Si la masa del bloque es m = 4 kg, calcule el período de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea x = 2 cm.

Datos:

A = 0'05 m
Ec = 0'02 J
¿k?
m = 4 kg
¿T?
¿v?
x = 0'02 m

Dibujo:



Principio físico: un movimiento armónico simple (MAS) consiste en un movimiento oscilatorio a un lado y a otro de la posición de equilibrio donde la aceleración es proporcional a la elongación.

Resolución: i) En la posición de equilibrio, la Ec es máxima y la Ep es nula, luego:

$$Ec = E_M \Rightarrow Ec = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot Ec}{A^2} = \frac{2 \cdot 0'02}{0'05^2} = \boxed{16 \ \frac{N}{m}}$$

ii) La frecuencia angular, ω, está relacionada con la constante elástica, k:

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = 2 \ \frac{rad}{s}$$

iii) Y el período, T, con la frecuencia angular, ω:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi}{2} = \pi = \boxed{3'14 \text{ s}}$$

iv) La expresión general de un MAS en el eje OX es: $x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$

v) Al partir de un extremo:

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow A = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow 1 = \cos(0 + \varphi_0) \Rightarrow 1 = \cos \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

vi) Luego la ecuación del movimiento es: $x = 0'05 \cdot \cos(2 \cdot t)$ (m)

vii) Derivando la elongación, se obtiene la velocidad de oscilación:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\,0'05\cdot 2\cdot \text{sen}\,(2\cdot t) = -\,0'10\cdot \text{sen}\,(2\cdot t) \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

viii) Averigüemos el tiempo necesario para alcanzar una elongación de 2 cm:

$$x = 0'05\cdot \cos\,(2\cdot t) \quad \Rightarrow \quad 0'02 = 0'05\cdot \cos\,(2\cdot t) \quad \Rightarrow \quad \frac{0'02}{0'05} = \cos\,(2\cdot t) \quad \Rightarrow \quad \cos\,(2\cdot t) = 0'4 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2\cdot t = \text{arc}\cos 0'4 = 1'16 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1'16}{2} = 0'58\ \text{s}$$

ix) Y sustituyendo este tiempo en la ecuación de la velocidad:

$$v = -\,0'10\cdot \text{sen}\,(2\cdot t) = -\,0'10\cdot \text{sen}\,(2\cdot 0'58) = \boxed{-\,0'0917\ \frac{m}{s}}$$

<u>Comentario</u>: la ecuación del movimiento se podría haber puesto en función del seno de esta forma:

$$x = 0'05\cdot \text{sen}\,(2\cdot t + \frac{\pi}{2})\ \ (\text{m})$$

pues el seno y el coseno están desfasados $\frac{\pi}{2}$ rad. El signo negativo de la velocidad indica que el vector velocidad está dirigido hacia la izquierda.

PROBLEMAS DE FÍSICA RELATIVISTA, CUÁNTICA, NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS

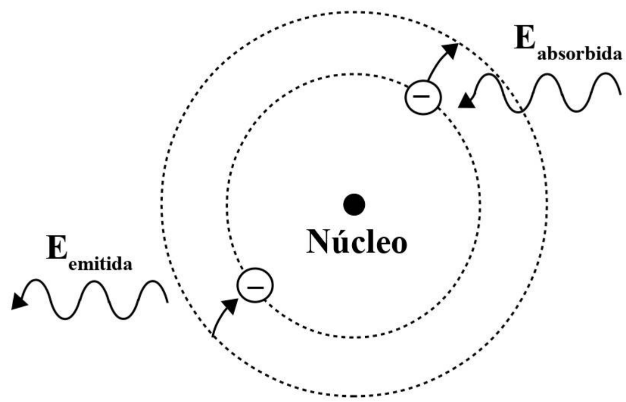
2025

1) Las moléculas de ozono absorben luz ultravioleta (UV) de alta energía, lo que evita que llegue a la superficie de la Tierra demasiada radiación dañina para los seres vivos.
a) Halle la diferencia de energía, expresada en electron-voltios, entre los niveles electrónicos de la molécula de ozono que inducen la absorción de radiación de 260 nm.
b) Si el flujo de fotones de 260 nm que le llega a una persona con su cuerpo expuesto al sol es de $2'6 \cdot 10^{14}$ fotones$\cdot s^{-1}$, calcule la potencia que le incide debida a esos fotones UV y la energía recibida en 30 minutos.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}.

Datos:

¿ΔE?
$\lambda = 2'60 \cdot 10^{-7}$ m
$N = 2'6 \cdot 10^{14}$ fotones/s
¿P, E?
t = 30 min = 1800 s
$e = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C
$h = 6'63 \cdot 10^{-34}$ J·s
$c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}

Dibujo:



Principio físico: cuando una molécula se excita, uno o varios electrones pasan del estado fundamental al estado excitado saltando a órbitas más externas.

Resolución: i) La energía de la radiación absorbida es:

$$\Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2'60 \cdot 10^{-7}} = 7'65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

ii) Relacionemos el julio con el electronvoltio:

$$\Delta Ep = Q \cdot (V_A - V_B) \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ eV} = 1'6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1'6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

iii) Luego la energía en eV es: $\Delta E = 7'65 \cdot 10^{-19}$ J$\cdot \dfrac{1\, eV}{1'6 \cdot 10^{-19}\, J} = \boxed{4'78 \text{ eV}}$

iv) La potencia del haz en función del número de fotones es:

$$P = N \cdot \Delta E = 2'6 \cdot 10^{14} \frac{fotones}{s} \cdot 7'65 \cdot 10^{-19} \frac{J}{fotón} = \boxed{1'99 \cdot 10^{-4} \text{ W}}$$

v) Y recordando la definición de potencia: $P = \dfrac{E}{t} \quad \Rightarrow \quad E = P \cdot t = 1'99 \cdot 10^{-4} \cdot 1800 = \boxed{0'358 \text{ J}}$

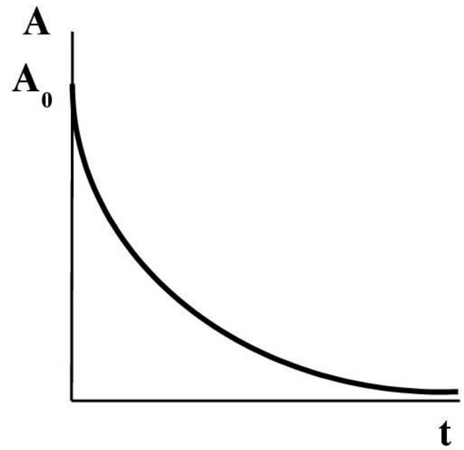
Comentario: el electronvoltio es la energía potencial que adquiere un electrón cuando se le aplica una diferencia de potencial de un voltio.

2) El mineral de cuarzo (SiO_2) sobre la superficie de la Tierra contiene impurezas de aluminio, con una cantidad de 0'1% de átomos de ^{26}Al en relación a los átomos de silicio. Cuando el mineral se entierra debido a diversos procesos geológicos (sedimentación, glaciares, etc.) los átomos de ^{26}Al se desintegran con un tiempo de semidesintegración de 0'72 millones de años.
a) Calcule la actividad de una muestra de mineral de cuarzo, debida a la presencia de isótopos de ^{26}Al, situada en superficie si contiene $8'3 \cdot 10^{22}$ átomos de silicio.
b) Se recoge una muestra de cuarzo de unos sedimentos, obteniéndose una relación de 0'08% de átomos de ^{26}Al respecto a los átomos de silicio. Obtenga la edad correspondiente a la formación de dichos sedimentos.

Datos:

Proporción = 0'1 %
$T_{1/2} = 7'2 \cdot 10^5$ a
¿A?
$N = 8'3 \cdot 10^{22}$ átomos Si
Proporción = 0'08 %
¿t?

Dibujo:



Principio físico: la radiactividad es la emisión natural o artificial de partículas y energía por parte de algunos núcleos inestables. En las reacciones nucleares hay un defecto de masa que se convierte en energía.

Resolución: i) Calculemos la constante de desintegración radiactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{7'2 \cdot 10^5\, a} = 9'63 \cdot 10^{-7}\ a^{-1}$$

ii) Y en unidades internacionales:

$$\lambda = 9'63 \cdot 10^{-7}\ a^{-1} \cdot \frac{1\, a}{365\, d} \cdot \frac{1\, d}{24\, h} \cdot \frac{1\, h}{3600\, s} = 3'05 \cdot 10^{-14}\ s^{-1}$$

iii) Calculemos el número de átomos de Al:

$$N_0 = 8'3 \cdot 10^{22} \text{ átomos Si} \cdot \frac{0'1\, \text{átomos Al}}{99'9\, \text{átomos Si}} = 8'31 \cdot 10^{19} \text{ átomos Al}$$

iv) Y según la definición de actividad: $A_0 = \lambda \cdot N_0 = 3'05 \cdot 10^{-14} \cdot 8'31 \cdot 10^{19} = \boxed{2'53 \cdot 10^6\ Bq}$

v) La relación entre los átomos iniciales y los actuales es: $\frac{N_0}{N} = \frac{0'1}{0'08} = 1'25$

vi) Y el tiempo se obtiene despejando de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \Rightarrow \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{N}{N_0} = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{N_0}{N} =$$

$$= \frac{1}{9'63 \cdot 10^{-7}} \cdot \ln 1'25 = \boxed{2'32 \cdot 10^5 \text{ a}}$$

<u>Comentario</u>: la ley de desintegración radiactiva se puede expresar en función del número de núcleos, de la actividad, de la masa o de los moles.

3) La medicina nuclear utiliza diferentes tipos de isótopos para sus aplicaciones diagnósticas y terapéuticas. La elección de los mismos está condicionada por la necesidad de que no sean tóxicos, tengan un tipo de emisión radiactiva idónea, baja energía y período de semidesintegración corto, para que la dosis absorbida sea pequeña. El isótopo mas ampliamente utilizado actualmente en los servicios de medicina nuclear es el tecnecio-99, ^{99}Tc. Como medida de seguridad, se mide la actividad de una dosis aleatoria de cada lote cada cierto tiempo desde su preparación hasta el momento de inyectársela a un paciente, obteniéndose las siguientes lecturas:

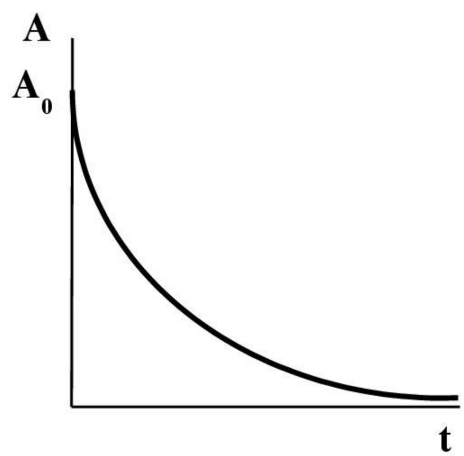
Tiempo transcurrido desde la creación de la muestra (h)	4	12
Actividad (Bq)	$3'62\cdot10^{13}$	$4'90\cdot10^{12}$

a) Determine el período de semidesintegración del isótopo ^{99}Tc y la actividad inicial de la muestra.
b) Calcule la masa de isótopo presente en la muestra en el instante en que se preparó.
Datos: Masa atómica del ^{99}Tc, M(^{99}Tc) = 98'9 u ; Número de Avogadro, $N_A = 6'02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Datos:

¿$T_{1/2}$, A_0?
¿m_0?
M(^{99}Tc) = 98'9 u
$N_A = 6'02\cdot10^{23}$ mol^{-1}

Dibujo:



Principio físico: la radiactividad es la emisión natural o artificial de partículas y energía por parte de algunos núcleos inestables. En las reacciones nucleares hay un defecto de masa que se convierte en energía.

Resolución: i) A partir de la ley de desintegración radiactiva:

$$A = A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t} \quad \Rightarrow \quad A_1 = A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t1} \quad ; \quad A_2 = A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t2}$$

ii) Dividiendo la una entre la otra:

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\lambda\cdot t1 + \lambda\cdot t2} \quad \Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = e^{\lambda\cdot(t2-t1)} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{A_1}{A_2} = \lambda\cdot(t_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{t_2 - t_1}\cdot\ln\frac{A_1}{A_2} =$$

$$= \frac{1}{12-4}\cdot\ln\frac{3'62\cdot10^{13}}{4'90\cdot10^{12}} = 0'25\ h^{-1} = 0'25\ h^{-1}\cdot\frac{1\,h}{3600\,s} = 6'94\cdot10^{-5}\ s^{-1}$$

iii) El período de semidesintegración está relacionado con la constante de desintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{6'94 \cdot 10^{-5}} = \boxed{9988 \text{ s} = 2'77 \text{ h}}$$

iv) La actividad inicial se calcula a partir de cualquiera de estas dos ecuaciones:

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t1} \quad ; \quad A_2 = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t2} \quad \Rightarrow \quad A_0 = \frac{A_1}{e^{-\lambda \cdot t_1}} = A_1 \cdot e^{\lambda \cdot t1} = 3'62 \cdot 10^{13} \cdot \exp(0'25 \cdot 4) =$$

$$= \boxed{9'84 \cdot 10^{13} \text{ Bq}}$$

v) La actividad inicial está relacionada con el número de núcleos iniciales:

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{9'84 \cdot 10^{13}}{6'94 \cdot 10^{-5}} = 1'42 \cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

v) La masa inicial se relaciona con el número de núcleos iniciales:

$$m_0 = 1'42 \cdot 10^{18} \text{ núcleos Tc} \cdot \frac{1\, mol\, Tc}{6'02 \cdot 10^{23}\, núcleos\, Tc} \cdot \frac{98'9\, g\, Tc}{1\, mol\, Tc} = \boxed{2'33 \cdot 10^{-4} \text{ g}}$$

<u>Comentario</u>: la ley de desintegración radiactiva se puede expresar en función del número de núcleos, de la actividad, de la masa o de los moles.